

Chapitre XV : Programmes de calcul : calcul pour une valeur et test d'égalités

Liste des objectifs :

- a. 4^{ème} : [B2i] savoir créer et modifier une feuille de calcul dans un tableur.
- b. 4^{ème} : [B2i] savoir insérer une formule dans un tableur.
- c. 4^{ème} : [Abordable en 5^{ème}] tester si une égalité comportant une ou plusieurs nombres indéterminées est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques [cité ds le prgm de 5^{ème}, non cité ds celui de 4^{ème}].
- d. 4^{ème} : calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques.
- e. 4^{ème} : [Pas dans le socle commun] organiser et effectuer à la main ou à la calculatrice les séquences de calcul correspondant à des programmes de calcul ou des expressions contenant plusieurs opérations et des parenthèses.

4^{ème} : calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques.

4^{ème} : [Pas dans le socle commun] organiser et effectuer à la main ou à la calculatrice les séquences de calcul correspondant à des programmes de calcul ou des expressions contenant plusieurs opérations et des parenthèses.

Exercice n°1

Exemple :

Voici un programme de calcul : « Choisir un nombre, le multiplier par sept, et additionner quatre au résultat. »

Voici la formule équivalente à ce programme de calcul, si x désigne le nombre choisi au départ : $7x+4$.

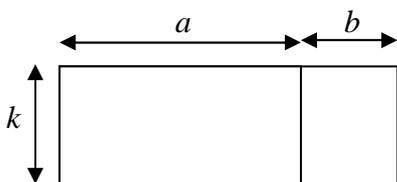
1. Donner à chaque fois les formules équivalentes à ces programmes, comme dans l'exemple ci-dessus.
 - a. Programme n°1 : « Choisir un nombre, le multiplier par 3 et additionner 4 au résultat. »
 - b. Programme n°2 : « Choisir un nombre, additionner 2, et multiplier le résultat par 5. »
 - c. Programme n°3 : « Choisir un nombre, le multiplier par -12 , et retrancher 32 au résultat. »
 - d. Programme n°4 : « Choisir un nombre, le multiplier par 5, et additionner 10 au résultat. »
2. Effectuer les programmes de calcul des questions **b** et **d** avec le nombre 2.
3. Effectuer les programmes de calcul des questions **b** et **d** avec le nombre 3.
4. Effectuer les programmes de calcul des questions **b** et **d** avec le nombre 4.
5. D'après les questions précédentes, que semble-t-il se passer pour ces deux programmes ?
6. En utilisant la formule de distributivité de 5^{ème} (voir ci-dessous), complétez :

$$(x+2) \times 5 = 5 \times (x+2) = 5 \times \dots + \dots \times \dots = 5 \times x + \dots$$

Rappel : la formule de distributivité de 5^{ème} :

$k \times (a+b) = k \times a + k \times b$. L'aire d'un rectangle de côté $a+b$ et k est égale à la somme des aires des deux rectangles de côtés a et k , et de côté b et k .

L'aire du rectangle ci-dessous peut se calculer de deux façons :



Contrôle du savoir faire

Refaites les exemples du savoir faire ci-dessous, sans regarder le cahier de cours, puis contrôlez que vous avez juste.

Exemple n°1 :

$4x+7$ correspond au programme de calcul « Choisir un nombre, »
..... »

Exemple n°2 :

« Choisir un nombre, ajouter quatre, multiplier le résultat obtenu par sept » correspond à la formule
.....

Exercice n°3

Voici des « programmes de calculs ».

Donner à chaque fois les formules équivalentes à ces programmes.

- Programme n°1 : « Choisir un nombre, le diviser par 6, et additionner la moitié du nombre de départ au résultat. »
- Programme n°2 : « Choisir un nombre, additionner 5, et prendre le double du résultat. »
- Programme n°3 : « Choisir un nombre, additionner dix. »
- Programme n°4 : « Choisir un nombre, en prendre le double, retrancher 0,6 au résultat et multiplier le tout par 5. »

Exercice n°4

Ecrire les programmes de calcul des formules suivantes :

- $5 \times x - (3 \times x + 2)$
- $2 \times x - 2$
- $\frac{7}{6} \times x + \frac{4}{3}$
- $(6 \times x - 4)(5 \times x - 3)$

Exercice n°5

Voici un programme de calcul : « Choisir un nombre, le multiplier par 7. Additionner le triple de ce nombre au résultat. »

- Faites fonctionner ce programme sur le nombre 3.
- Faites fonctionner ce programme sur le nombre 15.
- Faites fonctionner ce programme sur le nombre 1,89.
- Que semble-t-il se passer ?
- Démontrons-le :
 - Donnez la formule correspondant à ce programme de calcul.
 - Appliquons la formule de distributivité de $5^{\text{ème}}$: à quelle partie de $k \times a + k \times b = k \times (a + b)$ ressemble la formule : celle à gauche du signe « = », ou celle à droite ?
 - Qu'est-ce qui joue le rôle de k ? de a ? de b ?
 - Montrez que la formule du programme de calcul donne donc le même résultat que $x \times (7 + 3)$.
 - Conclure.

On dit que l'on a **factorisé** par le facteur x .

4^{ème} : [Abordable en 5^{ème}] tester si une égalité comportant une ou plusieurs nombres indéterminées est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques [cité ds le prgm de 5^{ème}, non cité ds celui de 4^{ème}].

Exercice n°6 – Informatique nécessaire à partir de la partie II

Partie I. Trois programmes de calculs

Alice et Bertrand saisissent le même nombre de départ sur leurs calculatrices puis effectuent les programmes de calculs suivants :

- Alice multiplie le nombre de départ par 8 puis ajoute 7 au résultat obtenu.
- Bertrand multiplie le nombre de départ par 6 puis ajoute 13 au résultat obtenu.

Ils s'aperçoivent alors que leurs calculatrices affichent le même résultat.

- Le nombre 1 est-il leur nombre de départ ? Justifie par des calculs.
- Et le nombre 2 ? Poursuis jusqu'à ce que tu trouves le nombre solution.



Suite PAGE SUIVANTE

Chloé effectue avec le même nombre de départ qu'Alice et Bertrand le programme de calculs suivant :

- Chloé multiplie le nombre de départ par 3 puis ajoute 30 au résultat obtenu.

c. Trouve-t-elle le même résultat qu'Alice et Bertrand ? Justifie.

4^{ème} : [B2i] savoir créer et modifier une feuille de calcul dans un tableur.

4^{ème} : [B2i] savoir insérer une formule dans un tableur.

Partie II. Avec un tableur

Chaque programme de calculs précédent débute maintenant par un même nombre.

1. Dans un tableur, construis le tableau ci-dessous. Programme la cellule B2 en fonction de la cellule B1 pour obtenir le résultat de la suite de calculs d'Alice. Copie alors cette formule dans les cellules C2 à L2.

Procède de la même façon pour les programmes de calculs de Bertrand et Chloé.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|---|------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | Nombre de départ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | Alice | | | | | | | | | | | |
| 3 | Bertrand | | | | | | | | | | | |
| 4 | Chloé | | | | | | | | | | | |

2. Dans quelle colonne retrouve-t-on la valeur solution de la question b. de la partie I. ?
3. **Alice** et **Chloé** cherchent quel nombre afficher sur leurs calculatrices pour trouver le même résultat.
 - a. En t'aidant du tableur, écris sur ton cahier les résultats obtenus par Alice et Chloé à la fin de leurs programmes de calculs quand elles affichent, sur leurs calculatrices, le nombre 4 au départ.
 - b. Même question avec le nombre 5.
 - c. Déduis-en un encadrement du nombre cherché par deux entiers consécutifs.
 - d. Poursuis en remplaçant les valeurs de la ligne 1 par des valeurs bien choisies puis détermine le nombre solution à afficher sur la calculatrice.
4. **Bertrand** et **Chloé** cherchent quel nombre afficher sur leurs calculatrices pour trouver le même résultat.
 - a. Procède de la même façon que précédemment pour déterminer un encadrement du nombre solution au centième près.
 - b. Penses-tu que cette méthode permet de trouver la valeur exacte de ce nombre ?
 - c. On appelle y le nombre de départ affiché sur les calculatrices de Bertrand et Chloé. Écris l'égalité que doit vérifier y pour que leurs résultats soient les mêmes après avoir effectué chacun leurs programme de calculs.

Exercice n°7 – Le nombre cherché

Joey pense à un nombre, lui ajoute 11, multiplie le tout par 3 et au résultat obtenu il retranche 3. Joey obtient 51.

Devine quel est ce nombre de départ ? Justifie ta réponse par un calcul de vérification.

Exercice n°8 – Calcul pour...

Rappel : $7x^2$ signifie $7 \times x \times x$.

Voici des formules :

$$A = 7x^2 + 9x + 5$$

$$C = 6x^2 + 6x + 3$$

- a. Calculer chacune de ces expressions pour $x = 0$
- b. Calculer chacune de ces expressions pour $x = 1$
- c. Calculer chacune de ces expressions pour $x = 3$
- d. Calculer chacune de ces expressions pour $x = -1$

Contrôle du savoir faire

Refaites les exemples du savoir faire ci-dessous, sans regarder le cahier de cours, puis contrôlez que vous avez juste.



Dans chacun des cas, dire s'il s'agit d'un résultat, d'une équation, ou d'une égalité

- a. $45+9x=0$ est
- b. $45+(9 \times (-5))=0$ est
- c. $9(5+x)=45+9x$ est
- d. $9(5+x)=45+8x$ est

Exercice n°10 – Être solution ou non ?

JUSTIFIER À CHAQUE FOIS PAR DES CALCULS.

1. Le nombre -5 est-il solution de l'équation $5 - 4x = 19$? Et le nombre -6 ?
2. Le nombre 8 est-il solution de l'équation $5y - 3 = 2y + 2$? Et le nombre -3 ? Et $\frac{5}{3}$?
3. Parmi les nombres $5, -3$ et 2 , lesquels sont solutions de l'équation $z^2 + z - 6 = 0$?

Exercice n°11

Dans chaque cas, dire s'il s'agit d'une égalité, d'un résultat, ou d'une équation – **Dans le cas d'une égalité, utiliser la formule de distributivité de 5^{ème} pour justifier sa réponse :**

- | | | |
|-------------------|-------------------|---------------|
| a. $7+6=13$. | d. $4x+2=2(2x+2)$ | g. $6x=3x+3x$ |
| b. $4x+2=x+1$ | e. $6=3+3$ | h. $6x=3x+3$ |
| c. $4x+2=2(2x+1)$ | f. $6x=3+3$ | |

Exercice n°12

Dans chaque cas, dire s'il s'agit d'une égalité, d'un résultat, ou d'une équation – **Dans le cas d'une égalité, utiliser la formule de distributivité de 5^{ème} pour justifier sa réponse :**

- | | | |
|-------------------|-----------------|-----------------|
| a. $7+6x=13$. | d. $4+2=2(2+1)$ | g. $13x=3x+10x$ |
| b. $4x+2=4x$ | e. $6+6=3+9$ | |
| c. $4x+2=5(2x+1)$ | f. $13x=3+10x$ | |

4^{ème} : caractériser le triangle rectangle par l'égalité de Pythagore.

Exercice n°13 [4 pts] (Entraînement au brevet)

Exercice : Soit un triangle PLB tel que $PL= 1, PB= 6,1, LB= 6$. Quelle est la nature de PLB ? Justifiez.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice : Soit un triangle PCF tel que $PC= 0,8, PF= 1,5, CF= 1,7$. Quelle est la nature de PCF ? Justifiez.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Résultats

Ex.1 **1a.** $3x+4$ **1b.** $5(x+2)$ **1c.** $-12x-32$ **1d.** $5x+10$ **2.** 20 **3.** 25 **4.** 30 **5.** $k=5, a=x, b=2$ **Ex.2** **a.** Choisir un nombre, le multiplier par 7, soustraire 3 au résultat **b.** Choisir un nombre, lui retrancher 3, multiplier le résultat par 7 **c.** Choisir un nombre, le multiplier par lui-même, multiplier le résultat par 8, additionner le triple du nombre de départ au résultat obtenu, retrancher un au résultat obtenu **d.** Choisir un nombre, le multiplier par 4, retrancher 3 au résultat obtenu, et stocker ce résultat intermédiaire. Reprendre le nombre de départ, le multiplier par 2, additionner 7 au résultat obtenu. Multiplier le résultat obtenu avec le résultat intermédiaire. . **Ex.3** **a.** $\frac{x}{6} + \frac{x}{2}$ **b.** $2(x+5)$ **c.** $x+10$ **d.** $5(2x - 0,6)$ **Ex.4** **a.** Choisir un nombre, le multiplier par 3, additionner 2 au résultat obtenu. D'autre part, reprendre le nombre choisi au départ, le multiplier par 5. A ce résultat, soustraire le résultat précédent. **b.** Choisir un nombre, en prendre le double, et soustraire deux au résultat obtenu. **c.** Choisir un nombre, le multiplier par $\frac{7}{6}$, et ajouter $\frac{4}{3}$ au résultat obtenu. **d.** Choisir un nombre, le multiplier par 6, soustraire 4 au résultat obtenu. Stocker ce résultat intermédiaire. Reprendre le nombre de départ, le multiplier par 5, soustraire 3 au résultat obtenu. Multiplier le résultat obtenu par le résultat intermédiaire. **Ex.5** **a.** 30 **b.** 150 **c.** 18,9 **e.1.** $7x+3x$ **2.g** **3.** $x ; a ; b$ **5.** $10x$ **Ex.6** **Partie I** **a.** Non **b.** Non - 3 **c.** Non **Partie II** **1.** Formules à mettre en B2 : $=B1*8+7$, en B3 : $= B1*6+13$, en B4 : $=B1*3+30$ **3.a.** 39 et 42 **3.b.** 47 et 45 **3.c.** C'est entre 4 et 5 **3.d.** 4,6 **4.a.** 5,67 **4.b.** $6y+13=3y+30$ **Ex.7** *Indice : Ce nombre, écrit en lettre, contient un « p ».* **Ex.8** **a.** 5 et 3 **b.** 21 et 15 **c.** 95 et 75 **d.** 3 et 3 **e.1.** Oui **e.2.** Non **e.3.** Oui **e.4.** Non **e.5.** Oui. **Ex.9** **a.** 0 et 0 **b.** 42 et 51 **c.** $\frac{28}{3}$ et $\frac{35}{3}$ **d.** 0 et -3 **e.** 42 et 42 **f.** -2 **Ex.10** **1.** Non-Non **2.** Non-Non-Oui **3.** 2 et -3 **Ex.11** **a.** r **b.** eq **c.** eg **d.** eq **e.** r **f.** eq **g.** eg **h.** eq **Ex.12** **a.** eq **b.** eq **c.** eq **d.** r **e.** r **f.** eq **g.** eg **Ex.13** : Non ; Oui **Ex.14** : $=A2*A2+B2*B2$ et $=C2*C2$ **Ex.15** : Non. **Ex.16** : $x - 7 - 4 - 2x$.