∽ I) Baccalauréat STG Pondichéry 8 avril 2014 ∾

Durée : 3 heures

EXERCICE 1 **5 points**

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.
Dans cet exercice, tous les prix seront exprimés en euros.

On s'intéresse à l'évolution du prix des appartements neufs en France métropolitaine.

Partie A

Le tableau ci-dessous indique le prix des appartements neufs en France métropolitaine, en euros par m^2, entre 2004 et 2012.

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Prix de l'appartement (en euros par m^2) : y_i	2563	2852	3071	3276	3344	3368	3571	3773	3861

Sources Insee SoeS

Le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ est représenté en **annexe à rendre avec la copie**.

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. *On arrondira les coefficients au millième près.*

2. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = 151x + 2695$.

a. Tracer la droite $\mathcal{D}$ sur le graphique de l'annexe à rendre avec copie.

b. Calculer le prix du m^2 d'un appartement neuf prévu par ce modèle d'ajustement en 2014.

c. Selon ce modèle, en quelle année pour la première fois le prix du m^2 d'un appartement neuf sera-t-il supérieur à 5000 € ?

Partie B

Dans cette partie, on modélise ainsi l'évolution du prix du m^2 d'un appartement neuf en France métropolitaine : on part d'un prix de 4200 euros en 2014 et on applique une augmentation annuelle de 5,2 % à partir de cette date.

On définit la suite (u_n) où u_n représente la valeur estimée, selon ce modèle, du prix du m^2 d'un appartement neuf l'année $(2014 + n)$. Ainsi $u_0 = 4200$ correspond au prix du m^2 d'un appartement neuf en 2014. On crée la feuille de calcul suivante dans laquelle les cellules de la plage B2:B8 sont au format nombre à deux décimales :

	A	B
1	n	u_n
2	0	4200,00
3	1	4418,40
4	2	4648,16
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	

1. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Donner la raison de cette suite.
2. Selon ce modèle, quel serait le prix du m^2 d'un appartement neuf en 2020 ?
   On arrondira le résultat au centime d'euro près.
3. Selon ce modèle, en quelle année pour la première fois le prix du m^2 d'un appartement neuf dépassera-t-il 6000 € ?

EXERCICE 2 — 4 points

Dans cet exercice, tous les prix sont exprimés en euros

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM)

Pour chacune des quatre questions, une seule des trois réponses proposées est correcte. Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Le tableau suivant est extrait d'une feuille de calcul obtenue à l'aide d'un tableur. Dans la colonne B figurent les prix annuels moyens en métropole d'un kg de pain de 2003 à 2013.

	A	B	C
1	Année	Prix annuel moyen d'un kg de pain en métropole	Taux d'évolution **depuis** janvier 2003
2	janvier 2003	2,78	
3	janvier 2004	2,92	5,04 %
4	janvier 2005	2,97	6,83 %
5	janvier 2006	3,03	
6	janvier 2007	3,13	
7	janvier 2008	3,28	
8	janvier 2009	3,35	
9	janvier 2010	3,34	
10	janvier 2011	3,39	
11	janvier 2012	3,43	
12	janvier 2013	3,47	
13			

Source : INSEE

La plage B2:B12 est au format nombre à deux décimales. La plage C3:C12 est au format pourcentage à deux décimales.

Dans la colonne C, partiellement remplie, on veut afficher le taux d'évolution du prix d'un kg de pain entre janvier 2003 et janvier de chacune des années suivantes. Par exemple :

- Dans la cellule C3 est affiché le taux d'évolution du prix d'un kg de pain entre janvier 2003 et janvier 2004.
- Dans la cellule C12 sera affiché le taux d'évolution du prix d'un kg de pain entre janvier 2003 et janvier 2013.

1. La valeur affichée dans la cellule C6 sera :
   - 0,35 %
   - 8,99 %
   - 12,59 %

2. Quelle formule, à recopier sur la plage C3:C12, peut-on entrer dans la cellule C3 ?
   - =(B3-B2)/B2
   - =(B$3-B2)/B2
   - =(B3-B$2)/B$2

3. Le prix d'un kg de pain en janvier 2003 est pris comme indice en base 100. L'indice de janvier 2005, arrondi au centième, est :

- 106,83
- 93,17
- 101,71

4. De janvier 2003 à janvier 2013, le taux d'évolution annuel moyen du prix d'un kg de pain, arrondi au centième près, est :

- 2,48 %
- 2,24 %
- 24,82 %

EXERCICE 3 — 6 points

Dans cet exercice, les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Un sondage a été effectué auprès de vacanciers sur leurs pratiques sportives pendant leurs congés.

Ce sondage révèle que 45 % des vacanciers fréquentent une salle de sport pendant leurs congés et parmi ceux-ci, 60 % pratiquent la natation.

Parmi les vacanciers qui ne fréquentent pas une salle de sport, 70 % pratiquent la natation.

On choisit un vacancier au hasard. On considère les évènements suivants :

S : « le vacancier choisi fréquente une salle de sport »

N : « le vacancier choisi pratique la natation ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. **a.** Définir par une phrase l'évènement $S \cap N$.

   b. Calculer la probabilité de l'évènement $S \cap N$.
3. Montrer que $p(N) = 0,655$.
4. Calculer $p_N(S)$, la probabilité de l'évènement S sachant que l'évènement N est réalisé.
   On arrondira le résultat à 10^{-4} près.
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre vacanciers pris au hasard. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre de ces vacanciers pratiquant la natation pendant leurs congés. Le nombre de vacanciers étant suffisamment grand, on considère que X suit une loi binomiale.

   a. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.

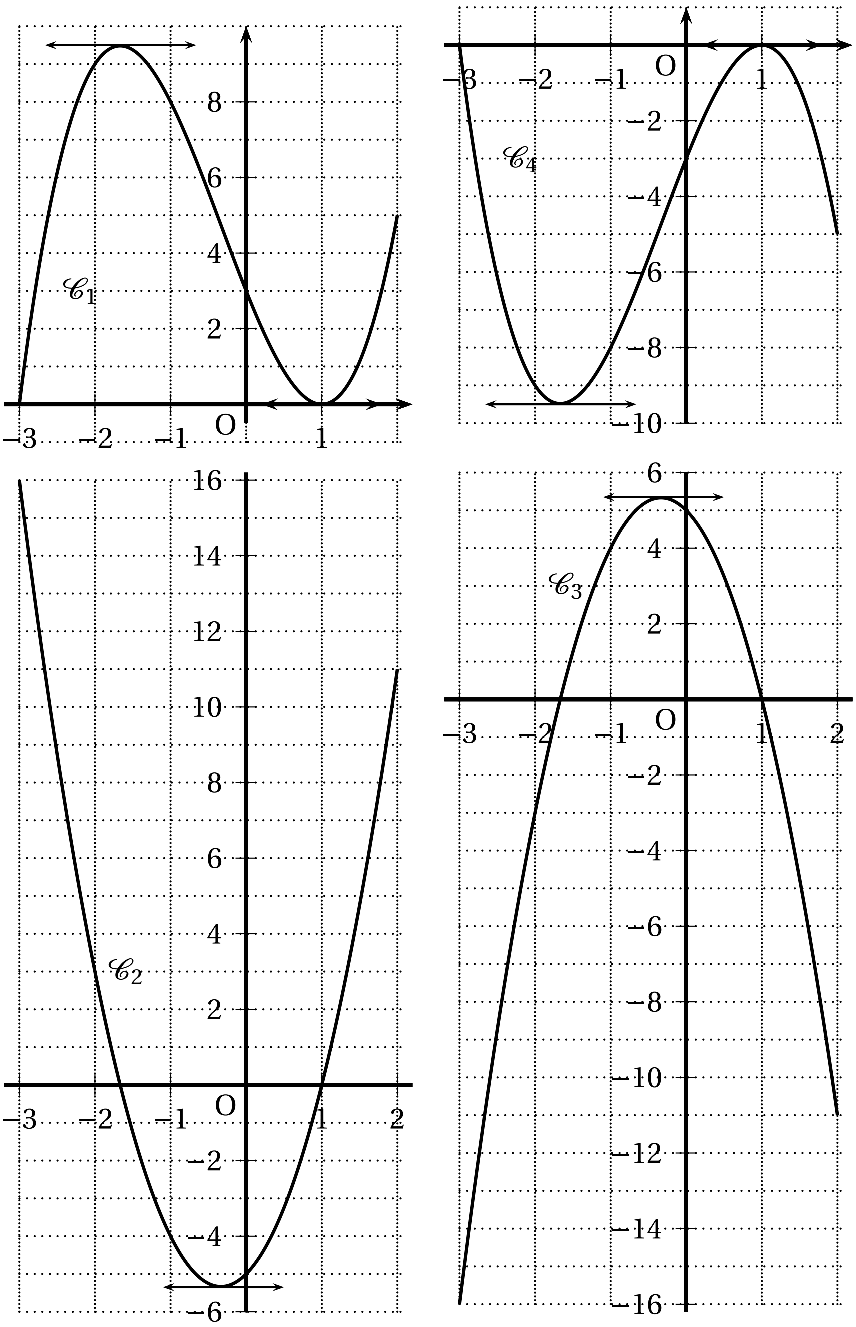
   b. Calculer la probabilité que deux vacanciers exactement pratiquent la natation pendant leurs congés. On arrondira le résultat à 10^{-4} près.

Partie B

En France, en 2011, 22 % des sportifs licenciés avaient une licence de football. Déterminer un intervalle de fluctuation à au moins 95 % de la fréquence des licenciés de football dans un échantillon de 400 sportifs licenciés choisis au hasard parmi les sportifs licenciés en 2011.

EXERCICE 4 — 5 points

Quatre fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4 définies et dérivables sur l'intervalle $[-3 ; 2]$, sont représentées respectivement par les courbes $\mathscr{C}_1, \mathscr{C}_2, \mathscr{C}_3$ et $\mathscr{C}_4$ ci-dessous.
On admet que $f_1\left(-\frac{5}{3}\right) \approx 9,5$, $f_2\left(-\frac{5}{3}\right) = 0$, $f_3\left(-\frac{5}{3}\right) = 0$ et $f_4\left(-\frac{5}{3}\right) \approx -9,5$.



1. Par lecture graphique, sans justifier :

   a. Donner le tableau de variation de la fonction f_1.

   b. Donner le tableau de signes de la fonction f_2.

   c. Donner le signe de $f_3'(-1)$, f_3' étant la dérivée de la fonction f_3.

   d. Donner l'image de 2 par la fonction f_4.

2. Dans cette question, on considère la fonction g définie sur $[-3 ; 2]$ par

$$g(x) = (x-1)^2(x+3).$$

   a. Vérifier que $g(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$.

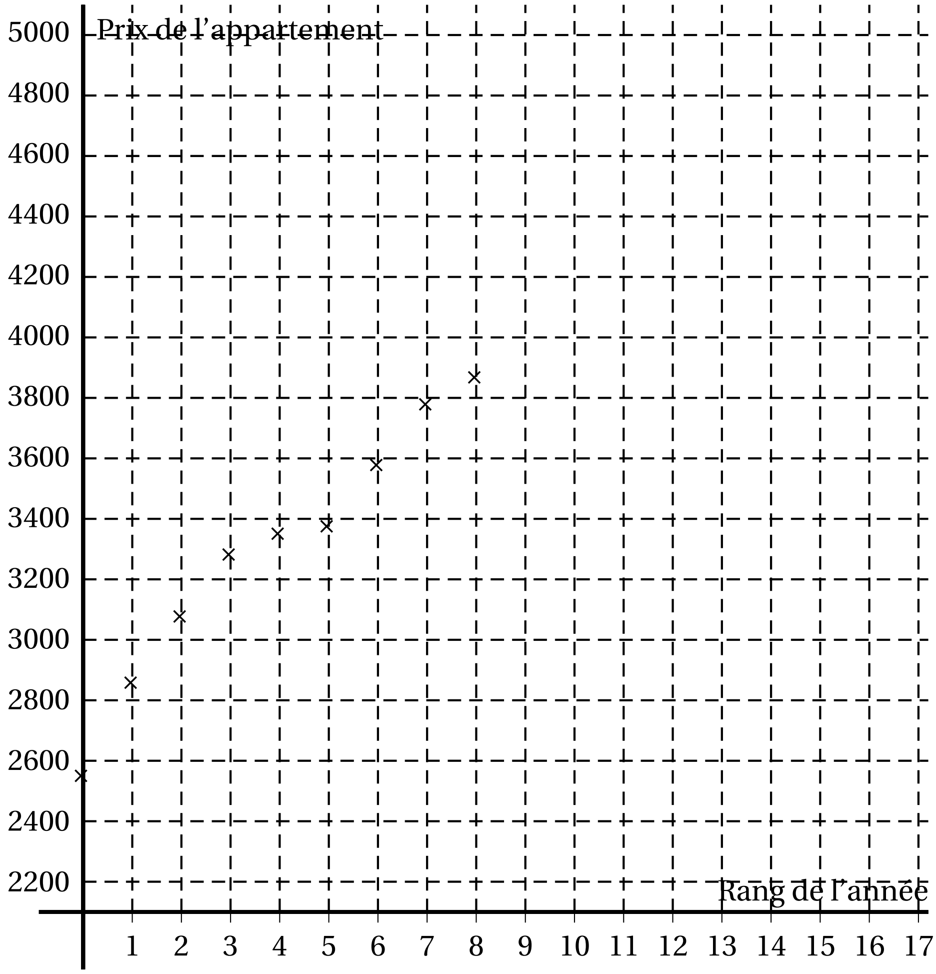
   b. Calculer $g'(x)$, g' étant la dérivée de la fonction g.

   c. Résoudre l'équation $3x^2 + 2x - 5 = 0$.
   Étudier le signe de g' sur l'intervalle $[-3 ; 2]$. En déduire le tableau de variation de la fonction g.

   d. Sachant que la fonction g est l'une des quatre fonctions f_1, f_2, f_3 ou f_4 représentées ci-dessus, quelle est cette fonction ? Justifier la réponse.

Annexe à rendre avec la copie

EXERCICE 1



☙ II) Baccalauréat STMG Centres étrangers ❧ 17 juin 2014

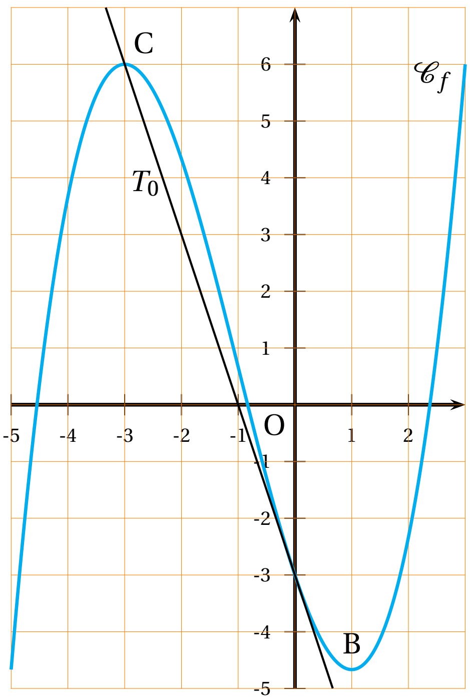
La calculatrice (conforme à la circulaire N° 99-186 du 16-11-99) est autorisée.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, quatre réponses sont proposées, parmi lesquelles une seule est correcte.
Indiquez sur la copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte rapporte 1 *point ; une absence de réponse ou une réponse fausse ne rapporte et n'enlève aucun point.*

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-5 ; 3]$ dont la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous.

Soit A le point de $\mathscr{C}_f$ de coordonnées $(0 ; -3)$, B et C les points de $\mathscr{C}_f$ d'abscisses respectivement égales à 1 et à -3. La tangente T_0 en A à $\mathscr{C}_f$ passe par le point C. Les tangentes à $\mathscr{C}_f$ aux points B et C sont horizontales.



1. $f(1)$ est égal à :
   a. -3 **b.** 2,3
   c. -1 **d.** $-4,6$
2. Le nombre dérivé en 1 de la fonction f est égal à :
   a. $-4,7$ **b.** -3
   c. 0 **d.** 1
3. Une équation de la tangente T_0 est :
   a. $y = -3x - 3$ **b.** $y = -x - 3$
   c. $y = -3x$ **d.** $y = -3$
4. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
   Sur l'intervalle $[-4 ; -2]$, on peut affirmer que :
   a. f' est positive
   b. f' change de signe
   c. f' est partout nulle
   d. f' est négative

EXERCICE 2 **4 points**

Le tableau ci-dessous donne le nombre de voitures neuves (en milliers) vendues en France durant les six premiers mois de l'année 2013.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
Rang du mois x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de ventes (en milliers) y_i	149	144	150	140	139	135

1. **a.** Représenter le nuage de points de la série $(x_i ; y_i)$ dans le repère fourni en annexe 1.

b. Expliquer pourquoi ce nuage de points permet d'envisager un ajustement affine.

2. Déterminer à l'aide de la calculatrice une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. On arrondira au centième les coefficients.

3. On décide de modéliser l'évolution du nombre y de ventes de voitures neuves en fonction du rang x du mois par l'expression $y = -2,7x + 152$.

a. Représenter graphiquement dans le repère fourni en annexe, la droite traduisant cette évolution.

b. Quel nombre de ventes de voitures neuves pouvait-on prévoir pour le mois de décembre 2013 en utilisant ce modèle ?

c. À partir de quel mois pouvait-on prévoir que le nombre de voitures neuves en France serait strictement inférieur à 130000 véhicules ?

EXERCICE 3 **6 points**

Les deux parties de l'exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

La feuille de calcul ci-dessous traduit l'évolution du prix moyen des maisons dans une ville donnée entre 2006 et 2011. Elle indique également le taux d'évolution annuel (arrondi à 0,1 %) de ce prix, et son indice, avec 100 pour indice de base en 2006.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
2	Valeur (en euros)	200000	205000	214840		231562	232458	234813	239744
3	Taux d'évolution annuel en %		+ 2,5 %	+ 4,8 %	+1,3 %	+ 6,4 %		+ 1 %	+ 2,1 %
4	Indice	100	102,5	107,4	108,8	115,8	116,2	117,4	119,9

Ainsi, entre les années 2006 et 2007, le prix moyen des maisons de la ville a augmenté de 2,5 %.

1. **a.** Déterminer le prix moyen des maisons en 2009, arrondi à l'euro.

b. Déterminer le taux d'évolution du prix moyen des maisons entre 2010 et 2011 arrondi à 0,1 %.

2. Parmi les propositions ci-dessous indiquer les deux formules que l'on peut saisir dans la cellule C4 pour obtenir, après recopie vers la droite, les valeurs de la plage de cellules C4 : I4.

a. = C2/B2*$B$4 **b.** =C2/200 000*100

c. = $C2/$B$2*B4 **d.** =C2/$B$2*$B$4

Partie B

Madame ÉCONOME décide de faite fructifier son capital à partir du 1er janvier 2015 sur un compte à intérêts composés au taux annuel de 5 %. Elle hésite entre deux options.

1. Première option : effectuer un versement unique de 10000 €.

Soit n un entier naturel. On note u_n le capital en euros acquis le 1er janvier de l'année $(2015+n)$. Ainsi $u_0 = 10000$.

a. Calculer u_1.

b. Préciser la nature de la suite (u_n) et déterminer l'expression de u_n en fonction de n.

c. En déduire le capital acquis au 1er janvier 2025, arrondi à l'euro.

2. Deuxième option : effectuer au 1er janvier de chaque année un versement de 1000 € à partir de 2015.

On note C_n le capital, en euros, au 1er janvier de l'année $(2015+n)$, une fois le versement de 1000 € effectué. Ainsi $C_0 = 1000$.

a. Expliquer pourquoi on a, pour tout entier naturel n :
$C_{n+1} = 1,05C_n + 1000$.

b. On considère l'algorithme suivant :

Variables	k et C sont deux nombres entiers
Initialisation	k prend la valeur 0 C prend la valeur 1000

Traitement	Tant que $C < 10000$
	  C prend la valeur $1,05C + 1000$
	  k prend la valeur $k+1$
	Fin Tant que

Sortie	Afficher k

L'algorithme affiche le résultat $k = 8$.

Donner une interprétation de ce résultat pour le capital de Madame ÉCONOME.

EXERCICE 4 **6 points**

Les deux parties de l'exercice peuvent être traitées de manière indépendante

L entreprise SAPIQ commercialise des pots de moutarde de 800 g. Un pot est déclaré « conforme » s'il contient entre 790 g et 810 g de moutarde.

Partie A

L'entreprise dispose de deux machines m_1 et m_2.
La première machine m_1 produit 60 % des pots fabriqués par l'entreprise, le reste de la fabrication étant assuré par la machine m_2.
7 % des pots produits par la machine m_1 sont non conformes, alors que la proportion de pots non conformes produits par la la machine m_2 est de 2 % seulement.
On prélève un pot au hasard dans la production totale.
On adopte les notations suivantes :

- M_1 désigne l'évènement « le pot provient de la machine m_1. »
- M_2 désigne l'évènement « le pot provient de la machine m_2. »
- C désigne l'évènement : « le pot est conforme ».

Pour tout évènement E, on note $p(E)$ sa probabilité et $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

1. Compléter l'arbre de probabilités fourni en annexe 2.
2. **a.** Calculer la probabilité $p\left(M_1 \cap \overline{C}\right)$; interpréter cette probabilité.

   b. Vérifier que $p\left(M_2 \cap \overline{C}\right) = 0,008$.
3. Justifier que $p\left(\overline{C}\right) = 0,05$.
4. On prélève au hasard un pot parmi les pots non-conformes.
   Déterminer la probabilité qu'il provienne de la machine m_2.

Partie B

L' entreprise SAPIQ reçoit un agent commercial vantant les mérites d'une nouvelle machine. La masse de moutarde contenue dans un pot produit par cette nouvelle machine est modélisée par une variable aléatoire X. On admet que X suit une loi normale de moyenne 800 et d'écart type 6.

1. Calculer la probabilité arrondie au millième, qu'un pot produit par la nouvelle machine soit conforme.

Ca pourra utiliser le résultat suivant : $p(X \in [800\ ;\ 810]) = 0,452$.

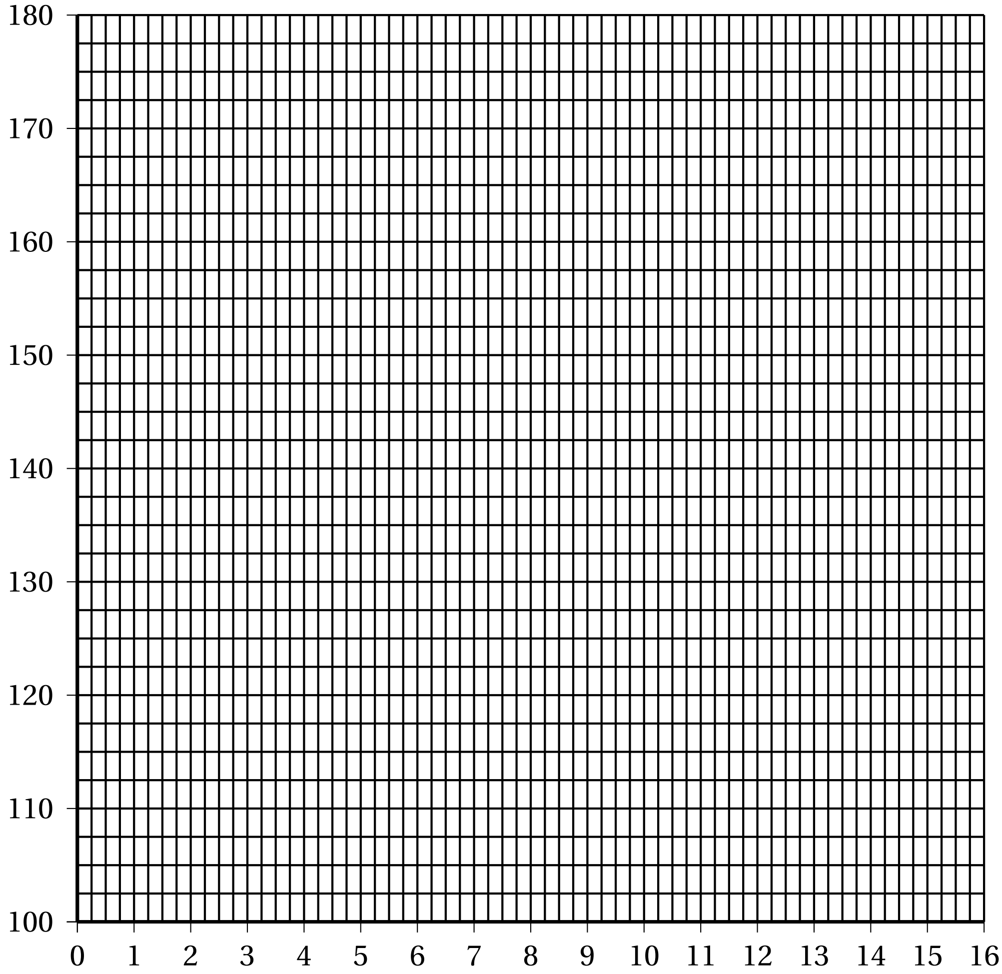
2. L'agent commercial avance l'argument suivant : « X suit une loi normale de moyenne 800 et d'écart type 6. Cela signifie que tous les pots produits par notre machine contiennent entre 794 et 806 g de moutarde ; ils sont donc tous conformes. »

L'argument de l'agent commercial est-il exact ? Justifier.

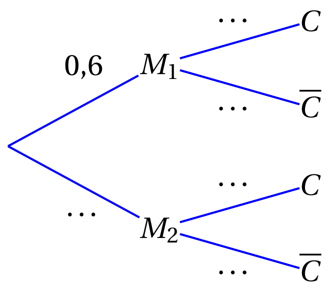
Annexes

Cette page annexe est à rendre avec la copie

Annexe 1 (exercice 1)



Annexe 2 (exercice 4)



III) Baccalauréat STMG Polynésie 17 juin 2014

Durée : 3 heures

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un Q.C.M.

Pour chaque question posée, quatre réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte.
Une réponse exacte rapporte un point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte pas de point et n'en enlève pas.
Pour chaque question, recopier sur votre copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. La valeur d'une action cotée en Bourse a baissé de 37,5 %.
Sa valeur a été multipliée par

a. $0,375$ **b.** $1,375$ **c.** $1,625$ **d.** $0,625$

2. Le prix d'une denrée alimentaire a augmenté le premier mois de 2 % puis a baissé le second mois de 10 %.
Le taux d'évolution moyen mensuel est (à 0,01 % près)

a. $-4\,\%$ **b.** $4,2\,\%$ **c.** $-4,19\,\%$ **d.** $3,83\,\%$

3. Le prix d'un article est de 87 euros. Ce prix augmente de 2 % chaque année.
Le prix dépassera 106 euros à partir de la

a. 7^{e} année **b.** 9^{e} année **c.** 10^{e} année **d.** 14^{e} année

4. On considère l'algorithme suivant :

```
VARIABLES
i, n, u
ENTRÉE
Saisir n
TRAITEMENT
u prend la valeur 5
Pour i allant de 1 à n
    u prend la valeur 0,94 × u
Fin Pour
SORTIE
Afficher u
```

Si l'on choisit $n = 8$, l'algorithme affichera (à 0,01 près)

a. 3,24 **b.** 3,05 **c.** 0,61 **d.** $0,94 \times 5$

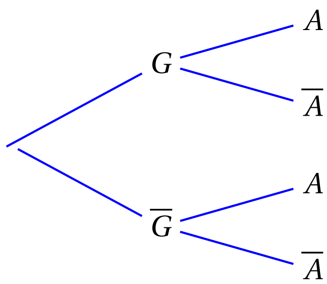
EXERCICE 2 **6 points**

Cet exercice comporte deux parties largement indépendantes

Partie A

Dans un petit village, la mairie a organisé une fête locale : un certain nombre d'entrées gratuites ont été distribuées aux habitants et des stands ont été installés pour la vente de produits locaux.
Les organisateurs estiment que 40 % des visiteurs de la fête ont eu une entrée gratuite, les autres ont payé leur entrée.
De plus, parmi les visiteurs ayant une entrée gratuite, 45 % ont effectué un achat dans un des stands.
Parmi ceux ayant payé leur entrée, 60 % n'ont rien acheté.
On interroge au hasard un des visiteurs de la fête à la fin de la journée.
On note
G l'évènement : « le visiteur a eu une entrée gratuite »,
A l'évènement : « le visiteur a effectué un achat ».
On notera $\overline{G}$ l'évènement contraire de G et $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

1. Donner la valeur de la probabilité $P_G(A)$.
2. Recopier et compléter sur votre copie l'arbre de probabilité ci-dessous



3. Calculer la probabilité de l'évènement suivant : « le visiteur a payé son entrée et a effectué un achat ».
4. Montrer que la probabilité que le visiteur ait effectué un achat est 0,42.
5. Calculer la probabilité que le visiteur ait payé son entrée sachant qu'il a effectué un achat.
   On arrondira à $0,01$ *près le résultat.*

Partie B

Dans cette partie, on arrondira les résultats à $0,01$ *près*

1. On rappelle que la probabilité qu'un visiteur ait effectué un achat vaut $0,42$.
   On interroge un groupe de 15 visiteurs.
   Dans cette question, on suppose que la réponse d'un visiteur est indépendante de celle des autres visiteurs.
   Calculer alors la probabilité que le nombre de visiteurs ayant effectué un achat soit égal à 10.
2. On estime que le modèle précédent n'est pas satisfaisant.
   On considère désormais que le pourcentage de visiteurs ayant effectué un achat suit une loi normale d'espérance 42 et d'écart-type 4.
   a. Calculer la probabilité d'avoir un pourcentage de ces visiteurs inférieur ou égal à 46.
   b. Calculer la probabilité d'avoir un pourcentage de ces visiteurs compris entre 34 et 50.

EXERCICE 3 **4 points**

Une entreprise de livraison de colis à domicile demande à un cabinet comptable de réaliser une étude sur son activité.
Une partie des données concerne les bénéfices (en milliers d'euros) réalisés chaque année depuis 2007.

Ces informations sont résumées dans le tableau ci-dessous.

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6
Bénéfice en milliers d'euros : y_i	10,2	12,8	13,8	14,4	16,7	17,5

1. Déterminer le taux d'évolution global du bénéfice entre 2007 et 2012.
   Arrondir le résultat à $0,01\,\%$ *près.*
2. Dans l'**annexe 1 à rendre avec la copie** est présenté l'extrait d'une feuille de calcul obtenue avec un tableur.
   Indiquer une formule à entrer dans la cellule D3 pour obtenir les taux d'évolution d'une année sur l'autre par copier-glisser dans la colonne D.
   Les données du tableau ci-dessus sont représentées par le nuage de points en **annexe 1 à rendre avec la copie**.
3. À l'aide de la calculatrice, déterminer pour cette série statistique une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
   Arrondir les coefficients à $0,01$ *près.*
4. Pour les deux questions suivantes, on prendra comme ajustement affine la droite d'équation $y = 1,4x + 9,4$.
   a. Tracer cette droite sur l'annexe 1 de l'exercice.
   b. On suppose que cet ajustement restera valide jusqu'en 2015.
   Déterminer le bénéfice en euros que l'on peut prévoir pour l'année 2015.

EXERCICE 4 **6 points**

Un entrepreneur lance sur le marché de nouvelles coques haut de gamme pour les téléphones mobiles.

Sur le graphique donné en annexe 2 sont tracées les courbes représentant les recettes (en trait plein) et les coûts (en pointillés), en fonction du nombre de produits fabriqués exprimé en centaines d'unités.
On admet que la fabrication est comprise entre 0 et 700 unités.
Les recettes et les coûts sont exprimés en milliers d'euros.

Partie A lecture graphique

Répondre aux questions suivantes en vous aidant du graphique de l'**annexe 2**.

1. Combien faut-il fabriquer de produits pour avoir une recette égale à 140000 euros ?
2. Combien de produits doit-on fabriquer pour obtenir un bénéfice positif ou nul ?

Partie B étude du bénéfice

On modélise :

- les recettes par la fonction R définie sur $[0\,;\,7]$ par

$$R(x) = -2x^3 + 4,5x^2 + 62x,$$

- les coûts par la fonction C définie sur $[0\,;\,7]$ par

$$C(x) = 20x + 10.$$

1. Calculer la recette et le coût pour 300 produits fabriqués.
En déduire le bénéfice correspondant.

2. On note B la fonction bénéfice.
Donner l'expression de $B(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,7]$.

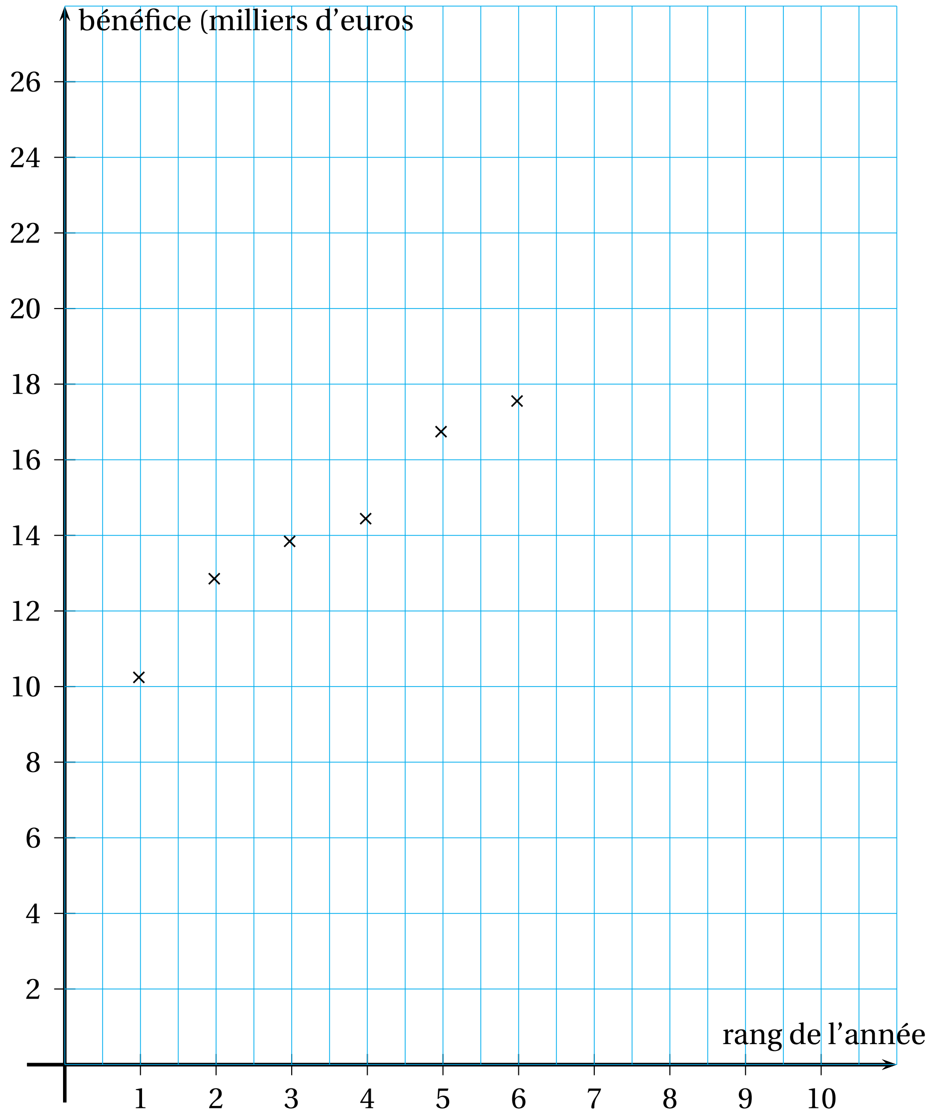
3. Vérifier que $B'(x) = -6x^2 + 9x + 42$ où B' désigne la fonction dérivée de la fonction B.

4. Étudier le signe de $B'(x)$. Donner le tableau de variations de B.

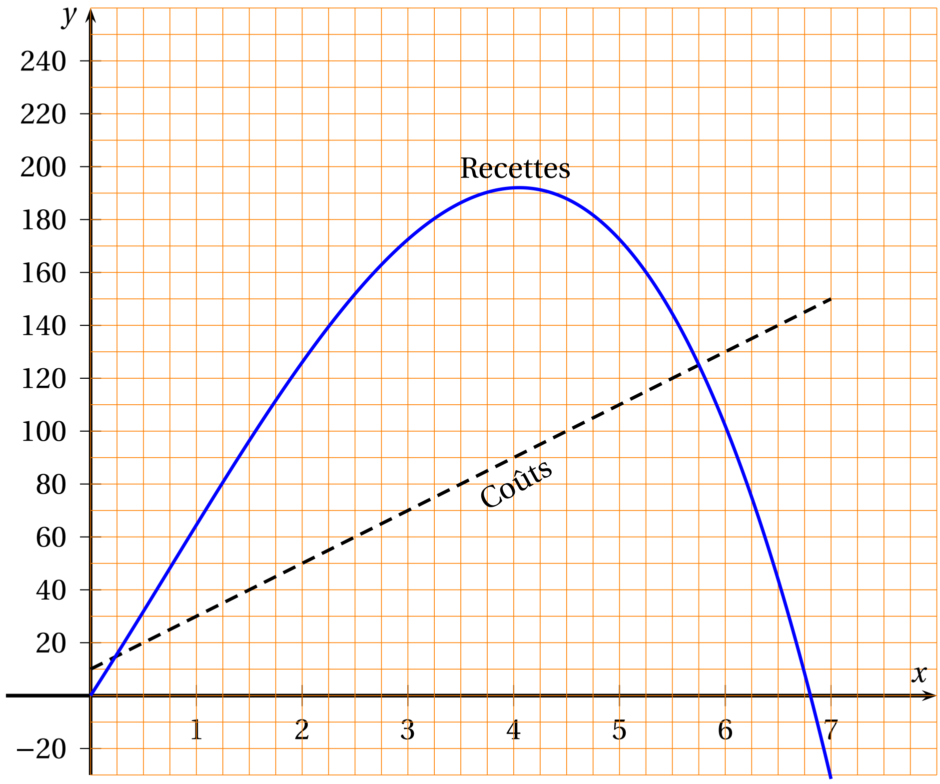
5. En déduire la valeur du bénéfice maximal ainsi que le nombre de produits à fabriquer pour l'obtenir.

Annexe 1 à rendre avec la copie

	A	B	C	D
1	Année	Rang	Bénéfice	Taux
2	2007	1	10,2	
3	2008	2	12,8	
4	2009	3	13,8	
5	2010	4	14,4	
6	2011	5	16,7	
7	2012	6	17,5	
8				



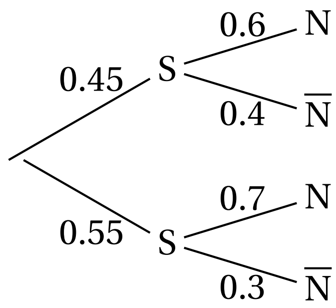
Annexe 2 à l'exercice 4



Résultats ou indices - ATTENTION : ceci N'EST PAS LA REDACTION ATTENDUE au bac !

Baccalauréat STG Pondichéry 8 avril 2014

Ex.1 **P.A.1.** $y = 150,783x + 2694,533$ **2.a.** *calculer avec deux valeurs de x.* **2.b.** 4205 euros. **2.c.**En 2020.**P.B.1.** géométrique de raison $1,052$. **2.**5693,03 euros. **3.**En 2022.
Ex.2 **1.** 12,59% **2.** $= (B3 - B\$2)/B\$2$ **3.** 106,83 **4.** 2,24%
Ex.3 **P.A.1.**



2.a. Le vacancier choisi fréquente la salle de sport et pratique la natation. **2.b.** $0,27$ **3.** $0,655$ **4.** $\approx 0,4122$ **5.a.** loi binomiale de paramètres $(4;0,655)$. **5.b.** $\approx 0,3064$. **P.B.** $\approx [0,17;0,27]$
Ex.4 **1.a.**

x	-3		$-\frac{5}{3}$		1		2
f_1	0	↗	$\approx 9,5$	↘	0	↗	5

1.b.

x	-3		$-\frac{5}{3}$		1		2
$f_2(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

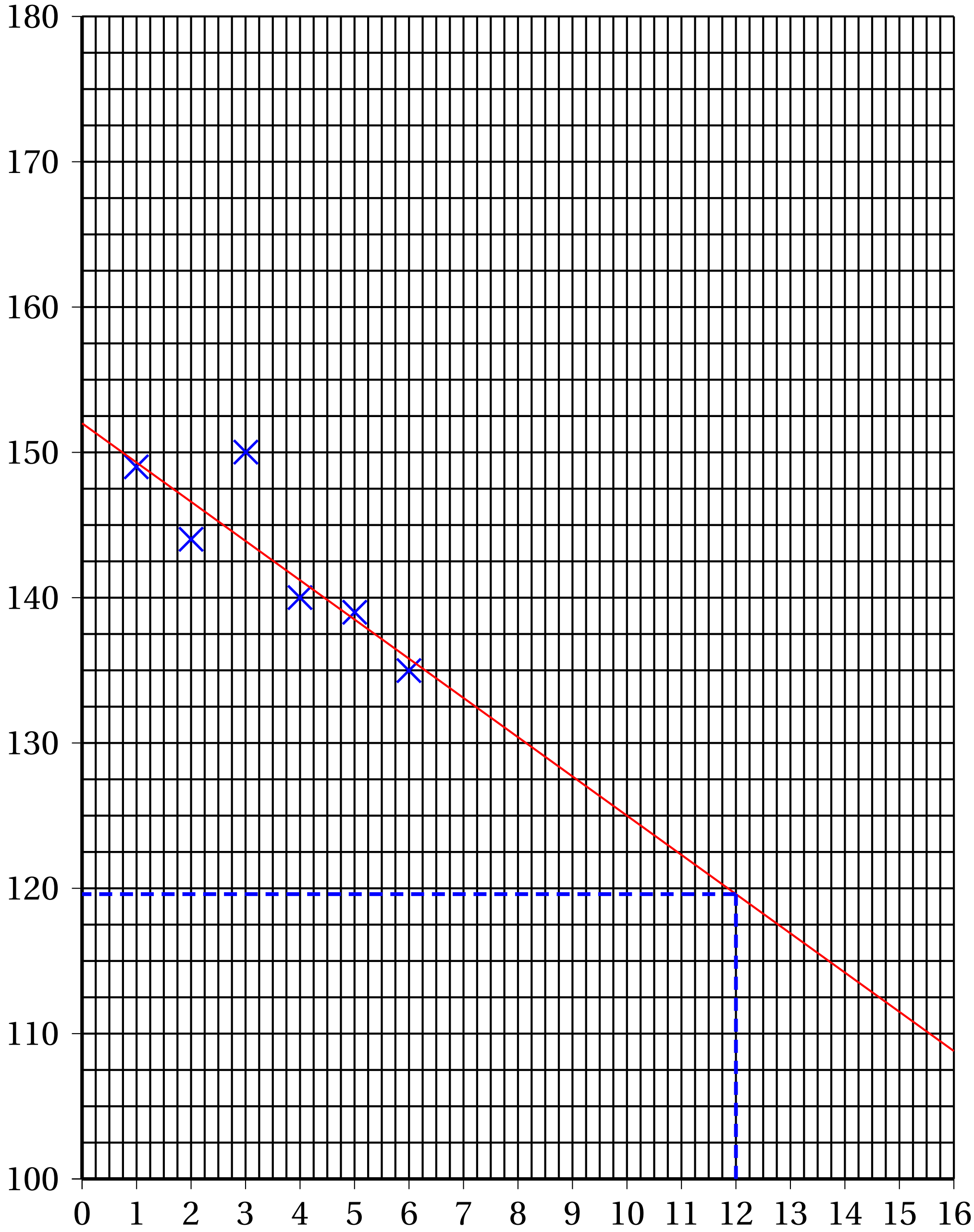
1.c. Le signe de $f_3'(-1)$ est positif. **1.d.** $f_4(2) = -5$. **2.b.** $g'(x) = 3x^2 + 2x - 5$. **2.c.** $S = -\dfrac{5}{3};1$

x	-3		$-\frac{5}{3}$		1		2
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
g	0	↗	$\approx 9,5$	↘	0	↗	5

2.d. f_1.

Baccalauréat STMG Centres étrangers 17 juin 2014

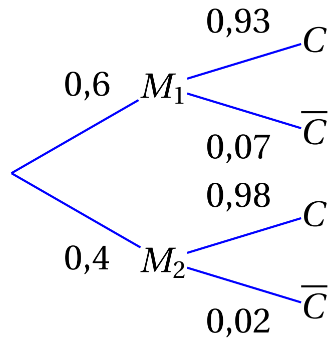
Ex.1 **1.** réponse d. **2.** réponse c. **3.** réponse a. **4.** réponse b.
Ex.2 **1.a.**



1.b. Ces points sont à peu près alignés (sauf un). On peut donc envisager un ajustement affine. **2.** $y = -2,71x + 162,3$ **3.a.** Voir le repère ci-dessus. **3.b.**$119,6$ **3.c.** Septembre 2013.

<u>**Ex.3**</u> **P.A.1.a.** 217633 euros. **1.b.** 0,0039. **2.** b et d **P.B.1.a.** 10500 **1.b.** géométrique, $u_n = 10000 \times 1,05^n$ **1.c.** 16289 euros. **2.a.** $C_{n+1} = 1,05C_n + 1000$ **2.b.** C_8 est le premier des termes C_n vérifiant $C_n \geqslant 10000$

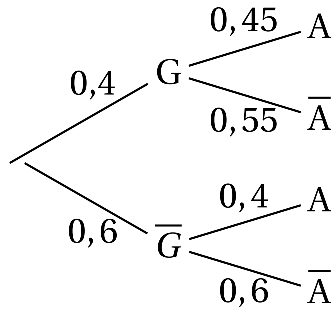
<u>**Ex.4**</u> **P.A.1**



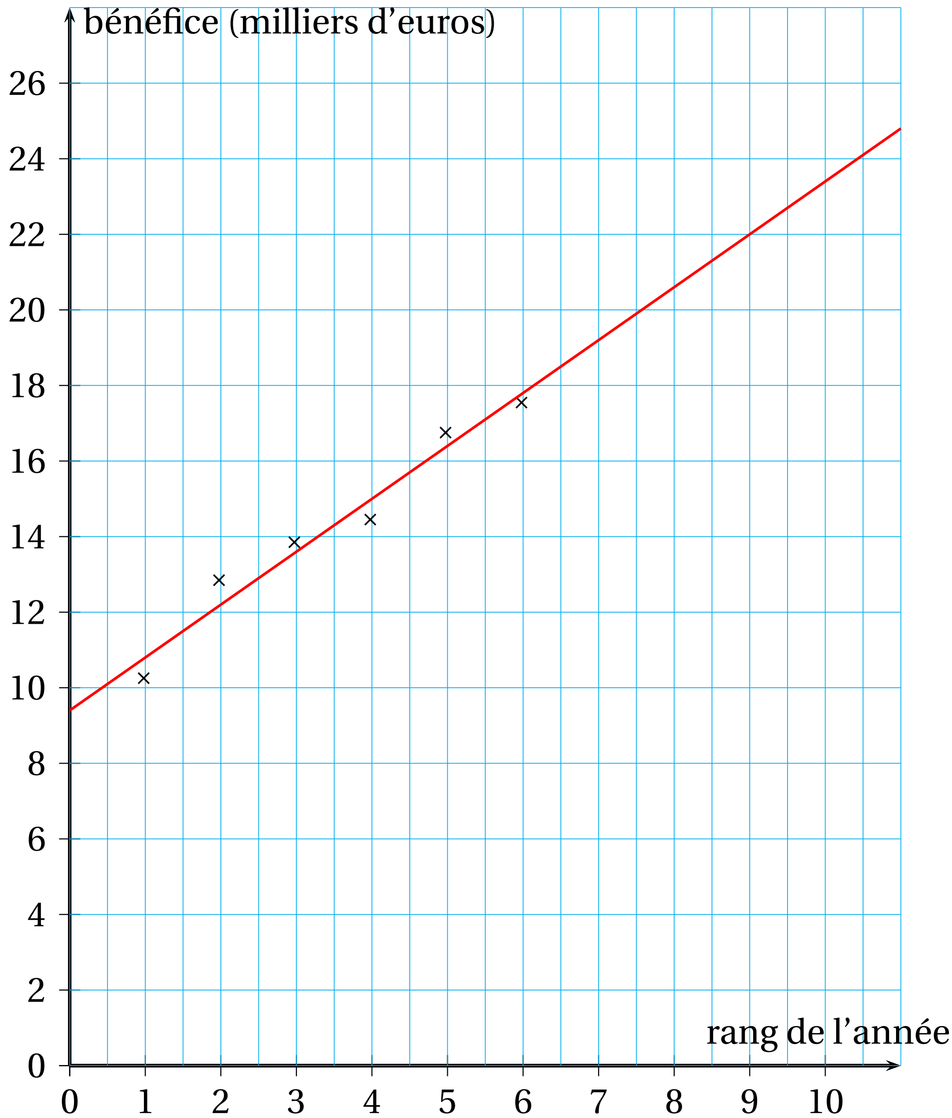
2.a. $0,042$ **2.b.** $0,008$ **3.** $0,05$ **4.** $0,16$ **P.B.1.** $\approx 0,904$ **2.** La probabilité d'être dans cet intervalle est de $0,68$. Donc l'affirmation est fausse.

൞ Baccalauréat STMG Polynésie ൞
17 juin 2014

<u>**Ex.1**</u> **1.** réponse d. **2.** réponse c. **3.** réponse c. **4.** réponse b.
<u>**Ex.2**</u> **P.A.1** $0,45$ **2.**



3. $0,24$ **4.** $0,42$ **5.** $\dfrac{4}{7}$ **P.B.1.** $\approx 0,84$ **2.a.** $\approx 0,84$ **2.b.** $\approx 0,95$.
<u>**Ex.3**</u> **1.** $\approx 71,57\%$ **2.** $= (C3 - C2)/C2$. **3.** $y = 1,39x + 9,35$ **4.a.**



4.b. Le bénéfice que l'on peut estimer avoir en 2015 est de 22 milliers d'euros.

<u>Ex.4</u> P.A.1. 230 objets, ou 560 objets. **2.** Il faut fabriquer entre 25 et 575 objets. **P.B.1.** Recette : 172,5 milliers d'euros. Coût : 70 milliers d'euros. Bénéfice : 102,5 milliers d'euros. **2.** $B(x) = -2x^3 + 4,5x^2 + 42x - 10$. **3.** $B'(x) = -6x^2 + 9x + 42$ **4.**

x	0		3,5		7
$B'(x)$		+	0	−	
$B(x)$			106,375		
	−10				−181,5

5. Le bénéfice est maximal pour 350 objets fabriqués et vaut 106375 euros.

I) CORRECTION Baccalauréat STG Pondichéry 8 avril 2014

EXERCICE 1 **5 points**

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.
Dans cet exercice, tous les prix seront exprimés en euros.

On s'intéresse à l'évolution du prix des appartements neufs en France métropolitaine.

Partie A

Le tableau ci-dessous indique le prix des appartements neufs en France métropolitaine, en euros par m^2, entre 2004 et 2012.

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Prix de l'appartement (en euros par m^2) : y_i	2563	2852	3071	3276	3344	3368	3571	3773	3861

Sources Insee SoeS

Le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ est représenté en **annexe à rendre avec la copie**.

1. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = 150.783x + 2694.533$. *les coefficients étant arrondis au millième près.*

2. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 151x+2695$.

   a. La droite $\mathscr{D}$ est tracée sur le graphique de l'annexe à rendre avec copie.

   b. Calculons le prix du m^2 d'un appartement neuf prévu par ce modèle d'ajustement en 2014. En 2014, le rang de l'année est 10, nous remplaçons donc x par 10 dans l'équation de la droite. $y = 151 \times 10 + 2695 = 4205$.

   Le prix du m^2 d'un appartement neuf prévu par ce modèle d'ajustement en 2014 est de 4205 €.

   c. Selon ce modèle,pour déterminer en quelle année pour la première fois le prix du m^2 d'un appartement neuf sera supérieur à 5000 €, résolvons $y \geqslant 5000$.

   $151x+2695 \geqslant 5000 \iff 151x \geqslant 5000-2695 \iff x \geqslant \dfrac{2305}{151}$ or $\dfrac{2305}{151} \approx 15.26$.

   L'année où le prix du m^2 d'un appartement neuf sera supérieur à 5000 € pour la première fois est celle de rang 16 c'est-à-dire en 2020.

Partie B

Dans cette partie, on modélise ainsi l'évolution du prix du m^2 d'un appartement neuf en France métropolitaine : on part d'un prix de 4200 euros en 2014 et on applique une augmentation annuelle de 5,2 % à partir de cette date.

On définit la suite (u_n) où u_n représente la valeur estimée, selon ce modèle, du prix du m^2 d'un appartement neuf l'année $(2014+n)$. Ainsi $u_0 = 4200$ correspond au prix du m^2 d'un appartement neuf en 2014. On crée la feuille de calcul suivante dans laquelle les cellules de la plage B2:B8 sont au format nombre à deux décimales :

	A	B
1	n	u_n
2	0	4200,00
3	1	4418,40
4	2	4648,16
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	

1. La suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1.052. En effet, à une augmentation de 5.2 % est associée un coefficient multiplicateur de 1.052.Nous passons d'un terme au suivant en multipliant par ce même nombre.
2. Selon ce modèle, déterminons le prix du m^2 qu'aurait un appartement neuf en 2020.

   Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 \times (q)^n$. $u_n = 4200 \times (1.052)^n$.

   En 2020 nous avons $n = 6$. $u_6 = 4200 \times 1.052^6 \approx 5693,03$.

   Au centime près, le prix du m^2 d'un appartement neuf en 2020 s'élèvera à 5693.03 €.
3. Selon ce modèle, pour déterminer en quelle année pour la première fois le prix du m^2 d'un appartement neuf dépassera 6000 €, résolvons $u_n \geqslant 6000$. À l'aide de la calculatrice nous obtenons $u_7 \approx 5989.07$ et $u_8 \approx 6300.50$. Par conséquent $n = 8$, ce qui correspond à 2014 +8 soit 2022.

   En 2022, pour la première fois le prix du m^2 d'un appartement neuf dépassera 6000 €.

EXERCICE 2 — 4 points

Dans cet exercice, tous les prix sont exprimés en euros

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM)

Pour chacune des quatre questions, une seule des trois réponses proposées est correcte. Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Le tableau suivant est extrait d'une feuille de calcul obtenue à l'aide d'un tableur. Dans la colonne B figurent les prix annuels moyens en métropole d'un kg de pain de 2003 à 2013.

	A	B	C
1	Année	Prix annuel moyen d'un kg de pain en métropole	Taux d'évolution **depuis** janvier 2003
2	janvier 2003	2,78	
3	janvier 2004	2,92	5,04 %
4	janvier 2005	2,97	6,83 %
5	janvier 2006	3,03	
6	janvier 2007	3,13	
7	janvier 2008	3,28	
8	janvier 2009	3,35	
9	janvier 2010	3,34	
10	janvier 2011	3,39	
11	janvier 2012	3,43	
12	janvier 2013	3,47	
13			

Source : INSEE

La plage B2:B12 est au format nombre à deux décimales. La plage C3:C12 est au format pourcentage à deux décimales.
Dans la colonne C, partiellement remplie, on veut afficher le taux d'évolution du prix d'un kg de pain entre janvier 2003 et janvier de chacune des années suivantes. Par exemple :

- Dans la cellule C3 est affiché le taux d'évolution du prix d'un kg de pain entre janvier 2003 et janvier 2004.
- Dans la cellule C12 sera affiché le taux d'évolution du prix d'un kg de pain entre janvier 2003 et janvier 2013.

1. La valeur affichée dans la cellule C6 sera :

- ~~0,35 %~~
- ~~8,99 %~~
- $\boxed{12{,}59\,\%}$

2. Quelle formule, à recopier sur la plage C3 :C12, peut-on entrer dans la cellule C3 ?

- ~~=(B3-B2)/B2~~
- ~~=(B$3-B2)/B2~~
- $\boxed{\text{=(B3-B\$2)/B\$2}}$

3. Le prix d'un kg de pain en janvier 2003 est pris comme indice en base 100. L'indice de janvier 2005, arrondi au centième, est :

- $\boxed{106{,}83}$
- ~~93,17~~
- ~~101,71~~

4. De janvier 2003 à janvier 2013, le taux d'évolution annuel moyen du prix d'un kg de pain, arrondi au centième près, est :

- ~~2,48 %~~
- $\boxed{2{,}24\ \%}$
- ~~24,82 %~~

EXERCICE 3 **6 points**

Dans cet exercice, les parties A et B sont indépendantes

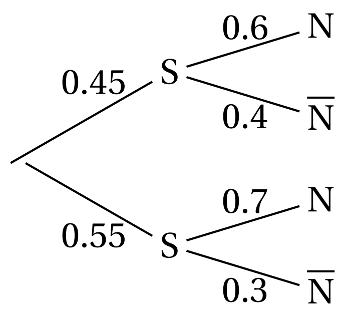
Partie A

Un sondage a été effectué auprès de vacanciers sur leurs pratiques sportives pendant leurs congés.
Ce sondage révèle que 45 % des vacanciers fréquentent une salle de sport pendant leurs congés et parmi ceux-ci, 60 % pratiquent la natation.
Parmi les vacanciers qui ne fréquentent pas une salle de sport, 70 % pratiquent la natation.
On choisit un vacancier au hasard. On considère les événements suivants :

S : « le vacancier choisi fréquente une salle de sport »

N : « le vacancier choisi pratique la natation ».

1. Construisons l'arbre de probabilité décrivant la situation.



2. a. L'événement $S \cap N$ est l'événement : « le vacancier choisi fréquente la salle de sport et pratique la natation ».

b. Calculons la probabilité de l'événement $S \cap N$. $p(S \cap N) = p(S) \times p_S(N) = 0.45 \times 0.6 = 0$

3. Montrons que $p(N) = 0,655$.

$p(N) = p(S) \times p_S(N) + p(S) \times p_{\overline{S}}(N) = 0.27 + 0.55 \times 0.7 = 0.27 + 0.385 = 0.655.$

4. Calculons $p_N(S)$, la probabilité de l'événement S sachant que l'événement N est réalisé.

$p_N(S) = \dfrac{p(S \cap N)}{p(N)} = \dfrac{0.27}{0.655} \approx 0.4122$ à 10^{-4} près.

5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre vacanciers pris au hasard. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre de ces vacanciers pratiquant la natation pendant leurs congés. Le nombre de vacanciers étant suffisamment grand, on considère que X suit une loi binomiale.

a. X suit une loi binomiale de paramètres (4 ; 0.655).

b. Calculons la probabilité que deux vacanciers exactement pratiquent la natation pendant leurs congés.

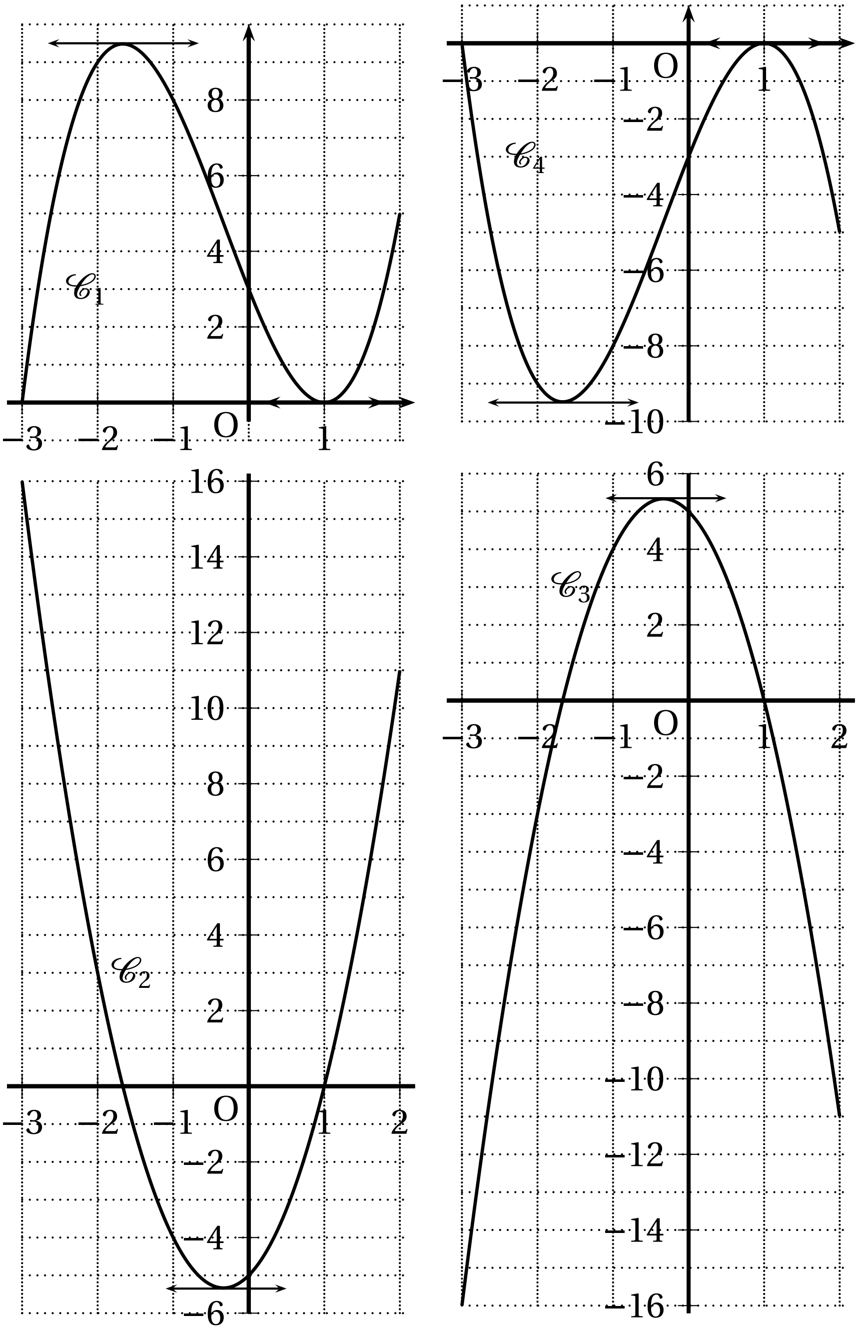
$p(X = 2) = \dbinom{4}{2}(0.655)^2 \times (1 - 0.655)^{4-2} = 0.3064$ à 10^{-4} près .

Partie B

En France, en 2011, 22 % des sportifs licenciés avaient une licence de football. Déterminons un intervalle de fluctuation à au moins 95 % de la fréquence des licenciés de football dans un échantillon de 400 sportifs licenciés choisis au hasard parmi les sportifs licenciés en 2011.
Un intervalle de fluctuation à au moins 95 % de la fréquence p dans un échantillon de taille N est $\left[p-\sqrt{\dfrac{1}{N}}\ ;\ p+\sqrt{\dfrac{1}{N}}\right]$
Nous avons $p = 0.22$ et $N = 400$. L'intervalle est donc $\left[0.22-\sqrt{\dfrac{1}{400}}\ ;\ 0.22+\sqrt{\dfrac{1}{400}}\right]$ c'est-à-dire $[0.17\ ;\ 0.27]$.

EXERCICE 4 **5 points**

Quatre fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4 définies et dérivables sur l'intervalle $[-3~;~2]$, sont représentées respectivement par les courbes $\mathscr{C}_1, \mathscr{C}_2, \mathscr{C}_3$ et $\mathscr{C}_4$ ci-dessous.
On admet que $f_1\left(-\frac{5}{3}\right) \approx 9,5$, $f_2\left(-\frac{5}{3}\right) = 0$, $f_3\left(-\frac{5}{3}\right) = 0$ et $f_4\left(-\frac{5}{3}\right) \approx -9,5$.



1. Par lecture graphique, sans justifier :

   a. Dressons le tableau de variation de la fonction f_1.

x	-3		$-\frac{5}{3}$		1		2
f_1	0	$\nearrow$	$\approx 9,5$	$\searrow$	0	$\nearrow$	5

   b. Donnons le tableau de signes de la fonction f_2.

x	-3		$-\frac{5}{3}$		1		2
$f_2(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

c. Le signe de $f_3'(-1)$ est positif.

d. $f_4(2) = -5$.

2. Dans cette question, on considère la fonction g définie sur $[-3\ ;\ 2]$ par

$$g(x) = (x-1)^2(x+3).$$

a. Vérifions que $g(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$.

$g(x) = (x-1)^2(x+3) = (x^2-2x+1)(x+3) = x^3-2x^2+x+3x^2-6x+3 = x^3+x^2-5x+3$.

$x^3 + x^2 - 5x + 3$ est par conséquent, une autre écriture de $g(x)$.

b. g' étant la dérivée de la fonction g, déterminons $g'(x)$. $g'(x) = 3x^2 + 2x - 5$.

c. Résolvons l'équation $3x^2 + 2x - 5 = 0$. Pour ce faire, calculons Δ.

$\Delta = 2^2-4\times 3\times(-5) = 4+60 = 64$. $\Delta > 0$, il existe donc deux solutions $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$; x_2

$x_1 = \dfrac{-2-8}{6} = -\dfrac{5}{3}$ $\quad x_2 = \dfrac{-2+8}{6} = 1$. L'ensemble des solutions de l'équation est $\left\{-\dfrac{5}{3}\ ;\ 1\right\}$.

Étudions le signe de g' sur l'intervalle $[-3\ ;\ 2]$. En utilisant les résultats précédents, $g'x) = (3x+5)(x-1)$.

x	-3		$-5/3$		1		2
$3x+5$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Déterminons le sens de variation de g.

Si pour tout $x \in I$ $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I. Sur $\left]-\dfrac{5}{3}\,;1\right[$, $g'x) < 0$ par conséquent g est strictement décroissante sur cet intervalle.

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I. Sur $\left[-3\,;-\dfrac{5}{3}\right[$ ou sur $]1\ ;\ 2]$ $\quad g'(x) > 0$ par conséquent g est strictement croissante sur chacun de ces intervalles.

Dressons alors le tableau de variation de la fonction g.

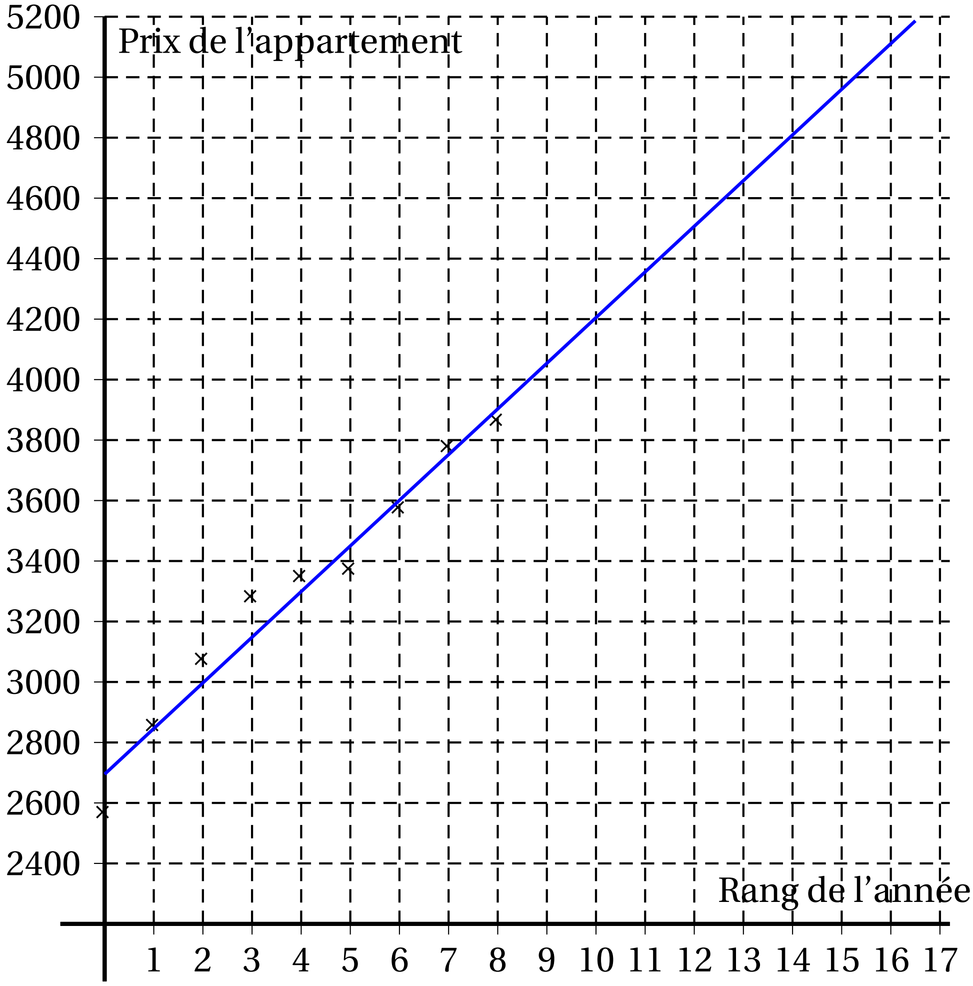
x	-3		$-\frac{5}{3}$		1		2
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
g	0	$\nearrow$	$\approx 9,5$	$\searrow$	0	$\nearrow$	5

d. La fonction g est la fonction f_1 représentée ci-dessus, car elles ont même sens de variation, leurs dérivées s'annulent deux fois ce qui exclut f_2 et f_3.

g est d'abord croissante, ce qui exclut f_4.

Annexe à rendre avec la copie

EXERCICE 1



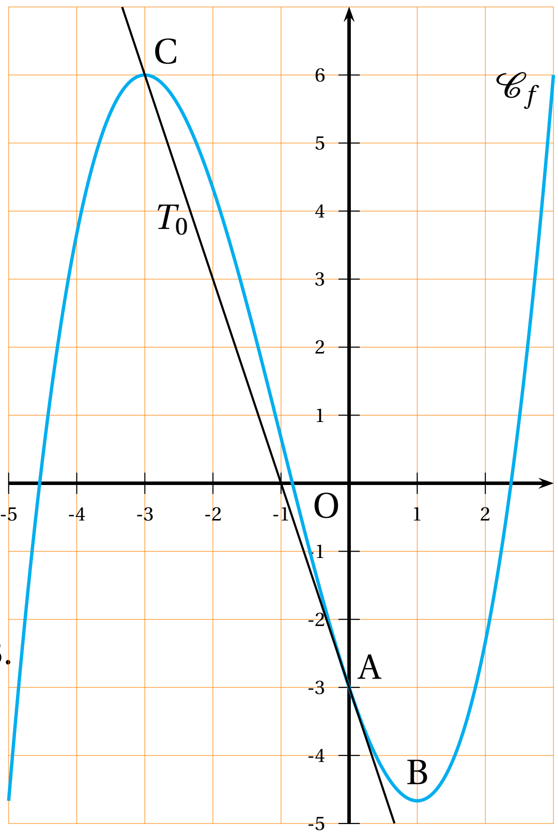
II) CORRECTION Baccalauréat STMG Centres étrangers
17 juin 2014

EXERCICE 1 **4 points**

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-5 ; 3]$ dont la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous.

Soit A le point de $\mathscr{C}_f$ de coordonnées $(0 ; -3)$, B et C les points de $\mathscr{C}_f$ d'abscisses respectivement égales à 1 et à -3. La tangente T_0 en A à $\mathscr{C}_f$ passe par le point C. Les tangentes à $\mathscr{C}_f$ aux points B et C sont horizontales.

1. $\boxed{f(1) = -4,6}$ (**réponse d.**)
2. Le nombre dérivé en 1 de la fonction f est le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ en 1 ; cette tangente est horizontale, donc a pour coefficient directeur 0.
   $\boxed{f'(1) = 0}$ (**réponse c.**)
3. Une équation de la tangente en un point de $\mathscr{C}$ d'abscisse a est :
   $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.
   La tangente T_0 a donc pour équation
   $y = f'(0)x + f(0)$.
   $f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ en 0, qui passe par les points C(-3 ; 8) et A(0 ; -3).
   $f'(0) = \dfrac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \dfrac{6-(-3)}{-3-9} = \dfrac{9}{-3} = -3.$
   T_0 a donc pour équation $\boxed{y = -3x - 3}$ (**réponse a.**)
4. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
   Sur l'intervalle $[-4 ; -2]$, les variations de f changent, donc f' change de signe (**réponse b.**)

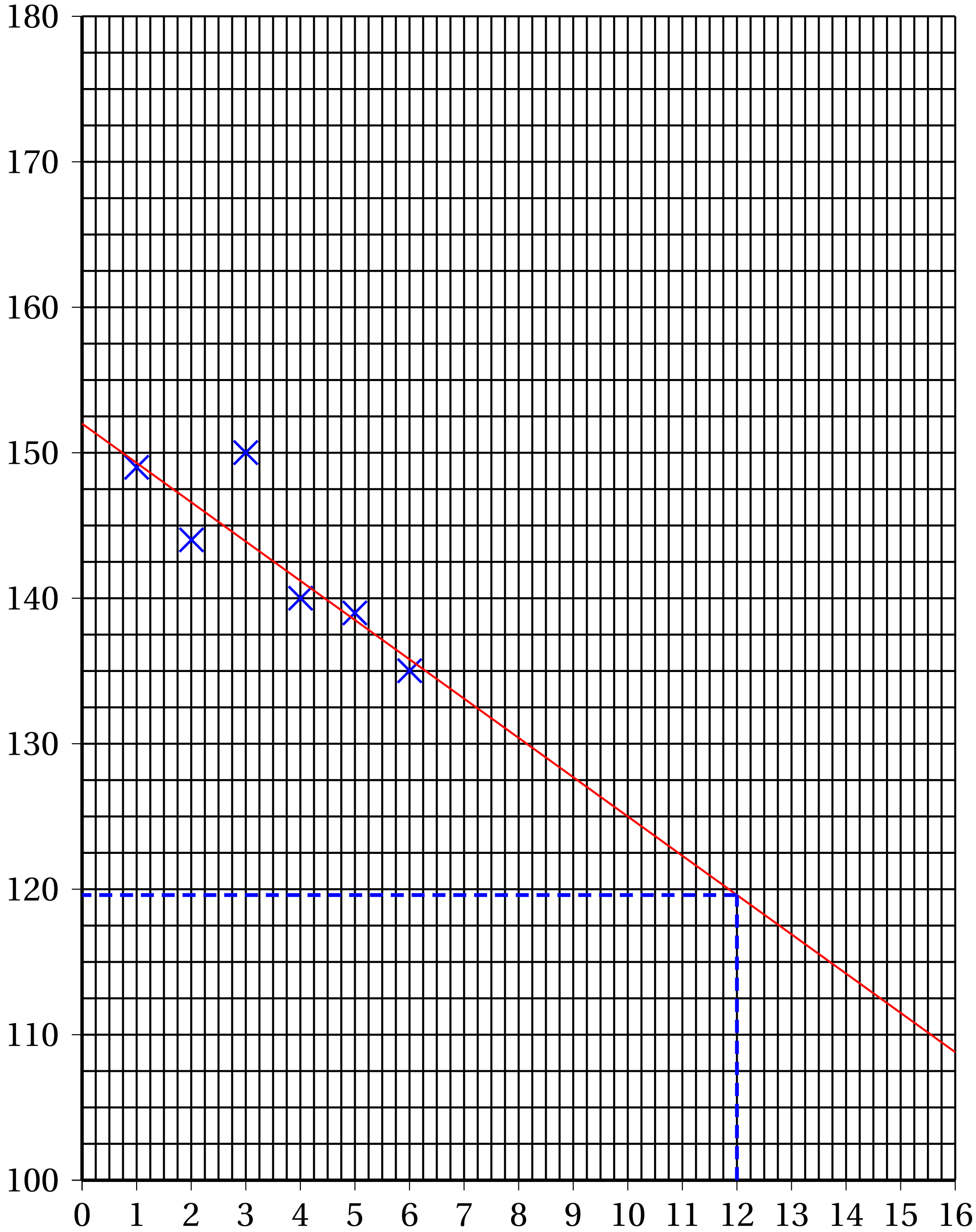


EXERCICE 2 **4 points**

Le tableau ci-dessous donne le nombre de voitures neuves (en milliers) vendues en France durant les six premiers mois de l'année 2013.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
Rang du mois x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de ventes (en milliers) y_i	149	144	150	140	139	135

1. a. Voilà le nuage de points de la série $(x_i\ ;\ y_i)$.



b. Ces points sont à peu près alignés (sauf un), donc on peut envisager un ajustement affine.

2. À la calculatrice, on calcule une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. On obtient : $\boxed{y = -2,71x + 162,3}$, en arrondissant les coefficients à 0,1 près.

3. On décide de modéliser l'évolution du nombre y de ventes de voitures neuves en fonction du rang x du mois par l'expression $y = -2,7x + 152$.

   a. La droite est tracée dans le repère ci-dessus.

   b. Décembre 2013 correspond à $x = 12$. Nous pouvons lire sur le graphique l'ordonnée du point de la droite d'abscisses 12 ou remplacer x par 12 dans l'équation (plus précis).

   On obtient $y = -2,7 \times 12 + 152 = \boxed{119,6}$. On peut prévoir une vente de 119 600 voitures en décembre 2013.

   c. On résout l'inéquation $-2,7x + 152 < 130$.

   On en déduit $-2,7x < -22$, d'où, en divisant par le nombre négatif -2,7 :
   $x > \dfrac{22}{2,7} \approx 8,1$.

   On prend le premier nombre entier vérifiant cette condition, donc $x = 9$.

   On pouvait prévoir que le nombre de voitures neuves en France serait strictement inférieur à 130000 véhicules à partir de septembre 2013.

EXERCICE 3 — 6 points

Les deux parties de l'exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

La feuille de calcul ci-dessous traduit l'évolution du prix moyen des maisons dans une ville donnée entre 2006 et 2011. Elle indique également le taux d'évolution annuel (arrondi à 0,1 %) de ce prix, et son indice, avec 100 pour indice de base en 2006.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
2	Valeur (en euros)	200000	205000	214840		231562	232458	234813	239744
3	Taux d'évolution annuel en %		+ 2,5 %	+ 4,8 %	+1,3 %	+ 6,4 %		+ 1 %	+ 2,1 %
4	Indice	100	102,5	107,4	108,8	115,8	116,2	117,4	119,9

Ainsi, entre les années 2006 et 2007, le prix moyen des maisons de la ville a augmenté de 2,5 %.

1. **a.** Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 1,3 % est 1,015.
   $214840 \times 1,013 \approx 217633$.
   Le prix moyen des maisons en 2009, arrondi à l'euro, est : $\boxed{217\,633}$ €.

   b. Le taux d'évolution est $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}} = \dfrac{232458 - 231562}{231562} = \dfrac{896}{231562} \approx$
   soit environ 0,39 %.

2. Les deux formules que l'on peut saisir dans la cellule C4 pour obtenir, après recopie vers la droite, les valeurs de la plage de cellules C4 : I4 sont :
   la **b.**, $\boxed{\text{=C2/200 000*100}}$ et la **d.** $\boxed{\text{=C2/\$B\$2*\$B\$4}}$

Partie B

Madame ÉCONOME décide de faite fructifier son capital à partir du 1er janvier 2015 sur un compte à intérêts composés au taux annuel de 5 %. Elle hésite entre deux options.

1. Première option : effectuer un versement unique de 10000 €.
   Soit n un entier naturel. On note u_n le capital en euros acquis le 1er janvier de l'année $(2015 + n)$.
   Ainsi $u_0 = 10000$.

   a. Le **coefficient multiplicateur** associé à une hausse de 5 % est 1,05, donc $u_1 = 1,05u_0 = \boxed{10\,500}$.

b. Pour tout n, $\boxed{u_{n+1} = 1,05u_n}$, donc la suite (u_n) est **géométrique**, de raison $\boxed{q = 1,05}$ et de premier terme $\boxed{u_0 = 10\,000}$.

On en déduit $\boxed{u_n = 10\,000 \times 1,05^n}$.

c. 2025 correspond à $n = 10$. $u_{10} = 10\,000 \times 1,05^{10} \approx 16289$.

Le capital acquis au 1$^{\text{er}}$ janvier 2025, arrondi à l'euro, sera de $\boxed{16289}$ €.

2. Deuxième option : effectuer au 1$^{\text{er}}$ janvier de chaque année un versement de 1000 € à partir de 2015.

On note C_n le capital, en euros, au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $(2015 + n)$, une fois le versement de 1000 € effectué. Ainsi $C_0 = 1000$.

a. Le coefficient multiplicateur annuel est toujours 1,05 et on ajoute 1 000 chaque année, donc, pour tout n :

$$\boxed{C_{n+1} = 1,05C_n + 1\,000}.$$

b. On considère l'algorithme suivant :

Variables	k et C sont deux nombres entiers
Initialisation	k prend la valeur 0 C prend la valeur 1000

Traitement	Tant que $C < 10000$
	    C prend la valeur $1,05C + 1000$
	    k prend la valeur $k + 1$
	Fin Tant que

Sortie	Afficher k

L'algorithme calcule les termes consécutifs de la suite (C_n) et affiche le plus petit entier k tel que $C_k \geqslant 10000$.

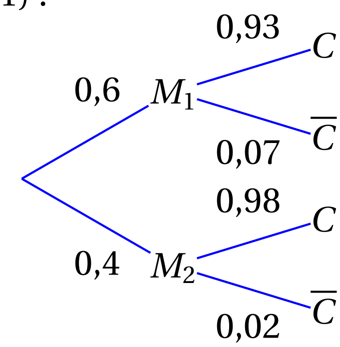
Comme l'algorithme donne $k = 8$, cela signifie que le terme C_8 est le premier des termes C_n vérifiant $C_n \geqslant 10\,000$.

On a effectivement $C_7 \approx 9\,549{,}11$ et $C_8 \approx 11\,026{,}56$.

EXERCICE 4 **6 points**

Partie A

1. Complétons l'arbre de probabilités (la somme des probabilités des branches issues d'un même nud vaut 1) :



2. **a.** $p\left(M_1 \cap \overline{C}\right) = p_{M_1}\overline{C} \times p\left(M_1\right) = 0,07 \times 0,6 = \boxed{0,042}$.

   b. $p\left(M_2 \cap \overline{C}\right) = p_{C_2}(\overline{C} \times p\left(M_2\right)) = 0,02 \times 0,4 = \boxed{0,008}$

3. $\overline{C} = \left(M_1 \cap \overline{C}\right) \cup \left(M_2 \cap \overline{C}\right)$; c'est une réunion d'événements incompatibles.

   On en déduit : $p\left(\overline{C}\right) = p\left(M_1 \cap \overline{C}\right) + p\left(M_2 \cap \overline{C}\right) = 0,042 + 0,008 = \boxed{0,05}$.

4. On prélève au hasard un pot parmi les pots non-conformes.

   La probabilité qu'il provienne de la machine M_2 est $p_{\overline{C}}\left(M_2\right) = \dfrac{p\left(M_2 \cap \overline{C}\right)}{p\left(\overline{C}\right)} = \dfrac{0,008}{0,05} = \dfrac{8}{50}$

Partie B

L'entreprise SAPIQ reçoit un agent commercial vantant les mérites d'une nouvelle machine. La masse de moutarde contenue dans un pot produit par cette nouvelle machine est modélisée par une variable aléatoire X. On admet que X suit une loi normale de moyenne 800 et d'écart type 6.

1. La probabilité arrondie au millième, qu'un pot produit par la nouvelle machine soit conforme est $p(790 \leqslant X \leqslant 810)$.

   On a : $p(790 \leqslant X \leqslant 810) = p(790 \leqslant X \leqslant 800) + p(800 \leqslant X \leqslant 810) = 2p(X \in [800\,;\,810])$ (car la droite d'équation $x = 800$ est axe de symétrie de la fonction de densité associée à cette variable aléatoire) $\approx 2 \times 0,452 \approx \boxed{0,904}$.

2. La probabilité qu'un pot contienne une masse comprise entre 794 g et 806 g est $p(794 \leqslant X \leqslant 806) \approx \boxed{0,68}$.

   Remarque : c'est $p(\mu - \sigma \leqslant X \leqslant \mu + \sigma)$

   Il est donc **faux** de dire que tous les pots produits par la machine contiennent entre 794 et 806 g de moutarde.

III) Baccalauréat STMG Polynésie
17 juin 2014

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un Q.C.M.

1. La valeur d'une action cotée en Bourse a baissé de 37,5 %.
   Le coefficient multiplicateur associé est $C = 1 - \dfrac{37,5}{100} = 0,625$. Sa valeur a été multipliée par $\boxed{0,625}$. C'est la réponse **d.**

2. Le prix d'une denrée alimentaire a augmenté le premier mois de 2 % puis a baissé le second mois de 10 %. Le coefficient multiplicateur global est $C = \left(1 + \dfrac{2}{100}\right) \times \left(1\right.$
   En notant t le taux d'évolution moyen mensuel, le coefficient multiplicateur global est $(1+t)^2$.
   On en édit $(1+t)^2 = 0,918$ donc $1+t = \sqrt{0,918}$ d'où $t = \sqrt{0,918} - 1 \approx -0,0419$, soit $\boxed{-4,19\,\%}$
   Le taux d'évolution moyen mensuel est (à 0,01 % près) -4,19 % ; c'est la réponse **c.**

3. Le prix d'un article est de 87 euros. Ce prix augmente de 2 % chaque année.
   Le coefficient multiplicateur annuel est $C = 1,02$.
   Au bout de n années, le prix est $87 \times 1,02^n$ (suite géométrique)
   Le prix dépassera 106 euros à partir de la $\boxed{10^{\text{e}}\text{ année}}$, car $87 \times 1,02^9 \approx 104$ et $87 \times 1,02^{10} \approx 106,1$ (on peut programmer les termes de la suite sur une calculatrice). Réponse **c.**

4. On considère l'algorithme suivant :

   VARIABLES
   i, n, u
   ENTRÉE
   Saisir n
   TRAITEMENT
   u prend la valeur 5
   Pour i allant de 1 à n
       u prend la valeur $0,94 \times u$
   Fin Pour
   SORTIE
   Afficher u

   On remarque que cet algorithme calcule les termes d'une suite géométrique de raison 0,94 et de premier terme 5.

Le terme affiché est donc $5 \times 0,94^n$.
Si l'on choisit $n = 8$, l'algorithme affichera (à 0,01 près) $\boxed{3,05}$ (réponse **b)**)

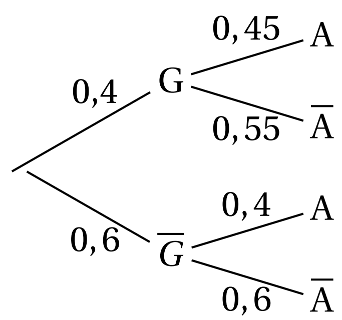
EXERCICE 2 **6 points**

Cet exercice comporte deux parties largement indépendantes

Partie A

Dans un petit village, la mairie a organisé une fête locale : un certain nombre d'entrées gratuites ont été distribuées aux habitants et des stands ont été installés pour la vente de produits locaux.
Les organisateurs estiment que 40 % des visiteurs de la fête ont eu une entrée gratuite, les autres ont payé leur entrée.
De plus, parmi les visiteurs ayant une entrée gratuite, 45 % ont effectué un achat dans un des stands. Parmi ceux ayant payé leur entrée, 60 % n'ont rien acheté.
On interroge au hasard un des visiteurs de la fête à la fin de la journée.
On note
G l'évènement : « le visiteur a eu une entrée gratuite »,
A l'évènement : « le visiteur a effectué un achat ».
On notera $\overline{G}$ l'évènement contraire de G et $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

1. D'après l'énoncé, la probabilité $P_G(A)$ est $\boxed{0,45}$.
2. L'arbre de probabilité est :



3. La probabilité de l'évènement suivant : « le visiteur a payé son entrée et a effectué un achat » est :
$p\left(\overline{G} \cap A\right) = p_{\overline{G}}(A) \times p(\overline{G}) = 0,4 \times 0,6 = \boxed{0,24}$.
4. $A = (A \cap G) \cup (A \cap \overline{G})$ (réunion d'évènements incompatibles).
On en déduit :
$p(A) = p(A \cap G) + p\left(A \cap \overline{G}\right) = 0,45 \times 0,4 + 0,24 = 0?18 + 0,24 = \boxed{0,42}$.
5. La probabilité que le visiteur ait payé son entrée sachant qu'il a effectué un achat est :
$$p_A\left(\overline{G}\right) = \frac{p\left(A \cap \overline{G}\right)}{p(A)} = \frac{0,24}{0,42} = \frac{24}{42} = \boxed{\frac{4}{7} \approx 0,57} \text{ à 0,01 près.}$$

Partie B

1. On a répétition d'épreuves identiques indépendantes à deux issues.
Si on note X le nombre de visiteurs ayant effectué un achat, X suit la loi binomiale de paramètres $n = 15$ et $p = 0,42$.

   On calcule alors la probabilité que X soit égal à 10 à la calculatrice.
On trouve : $p(X = 10) \approx \boxed{0,03}$.

2. On estime que le modèle précédent n'est pas satisfaisant.

   On considère désormais que le pourcentage de visiteurs ayant effectué un achat suit une loi normale d'espérance 42 et d'écart-type 4.

   Notons Y ce pourcentage.

   a. À la calculatrice, on trouve $p(Y \leqslant 46) \boxed{\approx 0,84}$

   b. La probabilité d'avoir un pourcentage de ces visiteurs compris entre 34 et 50 est $p(34 \leqslant Y \leqslant 50)$.

   On remarque que c'est $p(\mu - 2\sigma \leqslant Y \leqslant \mu + 2\sigma)$ où $\mu = 42$ est l'espérance et $\sigma = 4$ l'écart-type.

   D'après le cours, on trouve $\boxed{0,95}$.

   Sinon, on effectue directement le calcul à la calculatrice.

EXERCICE 3 **4 points**

Une entreprise de livraison de colis à domicile demande à un cabinet comptable de réaliser une étude sur son activité.
Une partie des données concerne les bénéfices (en milliers d'euros) réalisés chaque année depuis 2007.

Ces informations sont résumées dans le tableau ci-dessous.

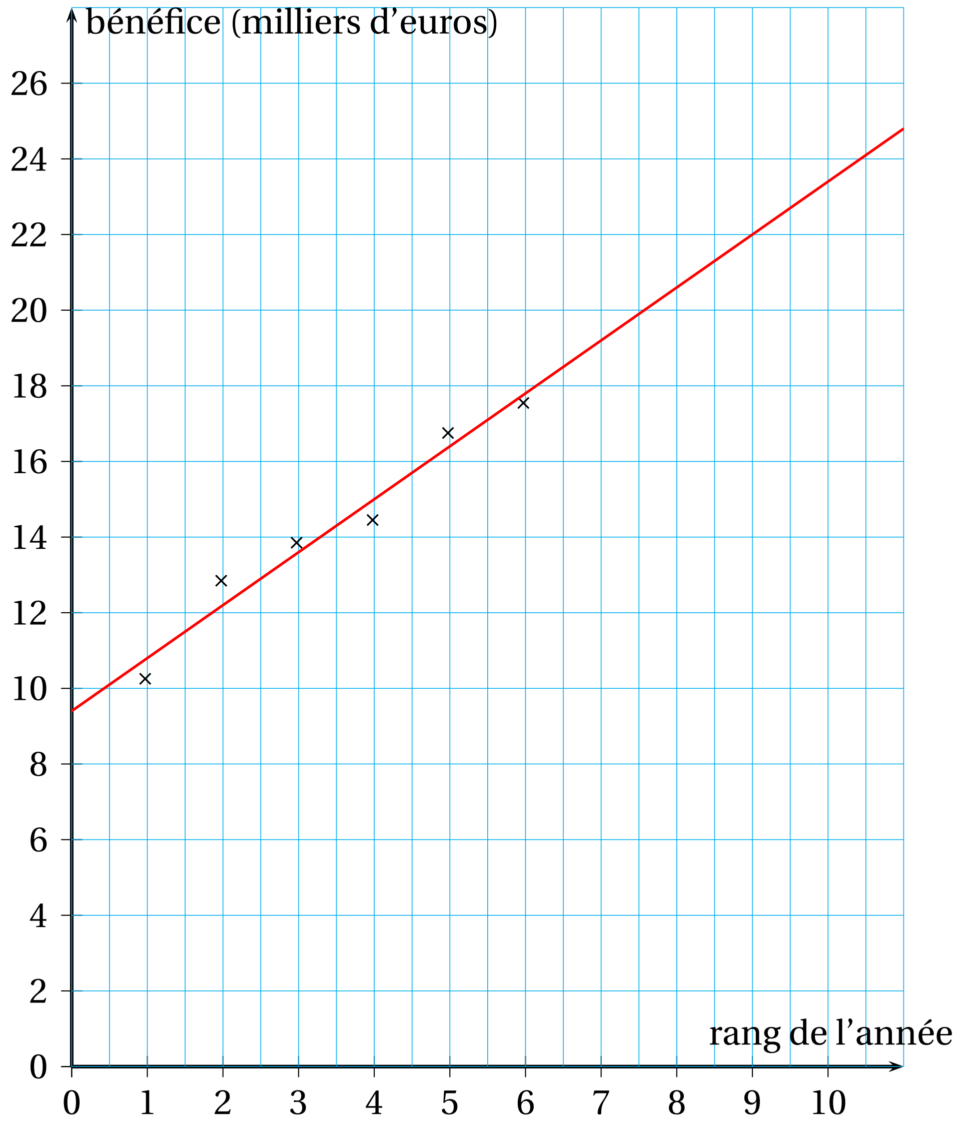
Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6
Bénéfice en milliers d'euros : y_i	10,2	12,8	13,8	14,4	16,7	17,5

1. Le taux d'évolution global du bénéfice entre 2007 et 2012 est :
$\dfrac{17,5-10,2}{10,2} = \dfrac{7,3}{10,2} \approx 0,71568$, soit $\boxed{71,57\,\%}$ à $0,01\,\%$ près.
2. Voilà la feuille de calcul obtenue avec un tableur.

	A	B	C	D
1	Année	Rang	Bénéfice	Taux
2	2007	1	10,2	
3	2008	2	12,8	
4	2009	3	13,8	
5	2010	4	14,4	
6	2011	5	16,7	
7	2012	6	17,5	
8				

Pour obtenir les taux d'évolution d'une année sur l'autre par copier-glisser dans la colonne D, il faut taper dans la cellule D3 la formule : $\boxed{= (\text{C3} - \text{C2})/C2}$

Les données du tableau ci-dessus sont représentées par le nuage de points ci-dessous.



3. À la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est : $\boxed{y = 1,39x + 9,35}$

4. Pour les deux questions suivantes, on prend comme ajustement affine la droite d'équation
$y = 1,4x + 9,4$.

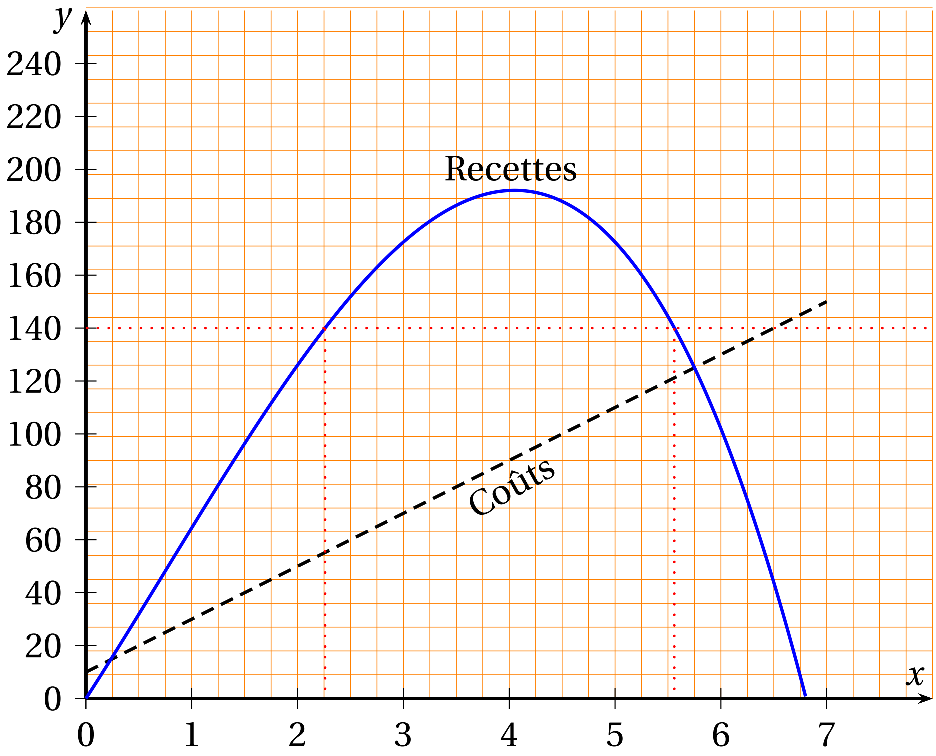
a. La droite est tracée dans le nuage de points ci-dessus.

b. 2015 correspond à un rang égal à 9.
On remplace x par 9.
$1,4 \times 9 + 9,4 = 12,6 + 9,4 = \boxed{22}$.
Le bénéfice que l'on peut estimer avoir en 2015 est de **22 milliers d'euros**.

EXERCICE 4 **6 points**

Un entrepreneur lance sur le marché de nouvelles coques haut de gamme pour les téléphones mobiles.

Sur le graphique ci-dessous sont tracées les courbes représentant les recettes (en trait plein) et les coûts (en pointillés), en fonction du nombre de produits fabriqués exprimé en centaines d'unités.
On admet que la fabrication est comprise entre 0 et 700 unités.
Les recettes et les coûts sont exprimés en milliers d'euros.



Partie A lecture graphique

Répondre aux questions suivantes en vous aidant du graphique.

1. Graphiquement, on trouve que pour avoir une recette de 140 000 €, il faut fabriquer environ 2,3 centaines d'objets donc **230 objets** ou 5,6 centaines, soit **560 objets**.
2. Le bénéfice est positif ou nul tant que la recette est supérieure ou égale aux coûts, donc on regarde les abscisses de points pour lesquels la courbe des recettes est au-dessus de la courbe des coûts.
   On trouve que x doit être compris approximativement entre 0,25 et 5,75 ; il faut donc fabriquer **entre 25 et 575 objets**.

Partie B étude du bénéfice

On modélise :

- les recettes par la fonction R définie sur $[0\,;7]$ par

$$R(x) = -2x^3 + 4,5x^2 + 62x,$$

- les coûts par la fonction C définie sur $[0\,;7]$ par

$$C(x) = 20x + 10.$$

1. 399 produits fabriqués correspondent à $x = 3$.
$R(3) = 172,5$ et $C(3) = 70$.
La recette correspondant à 300 objets est de **172,5 milliers d'euros** et le coût est de **70 milliers d'euros**.

Le bénéfice correspondant est donc de **102,5 milliers d'euros**.

2. On note B la fonction bénéfice.

Pour tout x, on a :

$B(x) = R(x) - C(x) = \left(-2x^3 + 4,5x^2 + 62x\right) - (20x + 10) = -2x^3 + 4,5x^2 + 62x - 20x - 10 =$

$B(x) = \boxed{-2x^3 + 4,5x^2 + 42x - 10}$.

3. $B'(x) = -2 \times 3x^2 + 4,5 \times 2x + 42 = \boxed{-6x^2 + 9x + 42}$.

4. $B''(x)$ est un polynôme du second degré.

Le discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac$ avec $a = -6$, $b = 9$ et $c = 42$.

$\Delta = 9^2 - 4 \times (-6) \times 42 = 1\,089 = 33^2$.

Les deux solutions de l'équation $B((x) = 0$ sont

$x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-9 + 33}{-12} = \boxed{-2}$; $x_2 = \dfrac{-b + -\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-9 - 33}{-12} = \dfrac{42}{12} = \dfrac{7}{2} = \boxed{3,5}$.

$B'(x)$ est du signe du coefficient de x^2, donc de -6 (négatif) à l'extérieur de l'intervalle formé par les solutions de l'équation $B'(x) = 0$, donc pour $x > 3,5$ (car -2 n'appartient pas à l'intervalle d'étude).

On en déduit le signe de $B'(x)$ et les variations de B.

x	0		3,5		7
$B'(x)$		+	0	$-$	
$B(x)$	-10	↗	106,375	↘	$-181,5$

5. Le bénéfice est maximal pour **350 objets fabriqués** et vaut **106 375 euros.**